

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento, para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le dé crédito al trabajo de grado y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca



El presente formulario debe ser diligenciado en su totalidad como constancia de entrega del documento para ingreso al Repositorio Digital (Dspace).

| | | | |
|---|--|--|----------------|
| TITULO | DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN DE TURNOS PARA LA OPERACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSPORTE MASIVO TIPO BRT | | |
| SUBTITULO | | | |
| AUTOR(ES) Apellidos, Nombres (Completo) del autor(es) del trabajo | QUINTERO MONCADA, DIEGO FERNANDO | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| PALABRAS CLAVE (Mínimo 3 y máximo 6) | Asignación | | Branch & Price |
| | rotación | | conductores |
| | generación de columnas | | optimización |
| RESUMEN DEL CONTENIDO (Mínimo 80 máximo 120 palabras) | <p>El crecimiento del transporte masivo está asociado al crecimiento poblacional, y es una de las alternativas frente a las crecientes congestiones de tránsito y al mejoramiento del medio ambiente. A partir de este nuevo esquema de transporte, la investigación de operaciones hace uso de la modelación matemática para el estudio e implementación de métodos eficientes que optimicen los problemas de programación y asignación de conductores para el cubrimiento de la demanda del servicio, cumpliendo con las normas y restricciones específicas del mismo. La metodología de la investigación presenta un modelo en programación lineal para la generación, asignación y rotación de turnos para conductores; de forma tal, que el modelo sea un soporte en la toma de decisiones para la planeación de esta operación, cumpliendo las restricciones técnicas, de seguridad y de ley, para un efectivo transporte público de personas.</p> | | |

Autorizo (amos) a la Biblioteca Octavio Arizmendi Posada de la Universidad de La Sabana, para que con fines académicos, los usuarios puedan consultar el contenido de este documento en las plataformas virtuales de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN DE TURNOS PARA LA OPERACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSPORTE MASIVO TIPO BRT

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para obtener el título de

Magister en Gerencia de Operaciones
(Modalidad de profundización)

DIEGO FERNANDO QUINTERO MONCADA

Director:
Carlos Leonardo Quintero Araújo., M.Sc.

Presentado públicamente el día 6 del mes de mayo de 2013

Jurado:

Ph.D. Jairo Montoya Torres, Universidad de la Sabana, Chía, Colombia

Ing. Carlos Vega, Universidad de La Sabana, Chía, Colombia

Universidad de La Sabana
Escuela Internacional de Ciencias Económicas y Administrativas
Chía, Colombia
2013

CONTENIDO

| | pág. |
|--|------|
| 1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN | 6 |
| 1.1 ENUNCIADO | 6 |
| 1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | 6 |
| 1.3 OBJETIVO GENERAL | 7 |
| 1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 7 |
| 1.5 JUSTIFICACIÓN Y DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN | 7 |
| 1.5.1 Justificación | 7 |
| 1.5.2 Delimitación | 9 |
| 2. ESTADO DEL ARTE | 10 |
| 2.1 PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE TURNOS | 13 |
| 2.2 PROBLEMA DE ROTACIÓN DE TURNOS | 15 |
| 2.3 ALGORITMO BRANCH AND PRICE | 17 |
| 2.4 GENERACIÓN DE COLUMNAS | 18 |
| 3. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMATICO | 21 |
| 3.1 CONTEXTO DEL PROBLEMA | 21 |
| 3.2 MODELO MATEMÁTICO DE GENERACIÓN DE TURNOS | 23 |
| 3.3 MODELO MATEMÁTICO DE ROTACIÓN Y ASIGNACIÓN DE TURNOS | 26 |
| 4. DESARROLLO DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN DEL MODELO | 30 |
| 4.1 RESULTADOS Y ANALISIS | 34 |
| 5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD | 42 |
| 6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS | 45 |
| 6.1 CONCLUSIONES | 45 |
| 6.2 PERSPECTIVAS | 46 |
| Bibliografía | 48 |

LISTA DE FIGURAS

| | pág. |
|--|------|
| Figura 1. Ejemplo de sistema de transporte masivo..... | 9 |
| Figura 2. Diagrama de flujo de operación de un sistema de transporte | 12 |
| Figura 3. Alternativas de Rotación de turnos | 15 |
| Figura 4. Diagrama de flujo de desarrollo del proceso de formulación..... | 23 |
| Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de solución..... | 32 |
| Figura 6. Resultado de Algoritmo con una Iteración = 1 | 35 |
| Figura 7. Resultado de Algoritmo con variación de la demanda (Iteración=1) | 35 |
| Figura 8. Resultado de Algoritmo con Iteración = 5..... | 38 |
| Figura 9. Análisis de comportamiento del resultado de la función objetivo..... | 39 |

LISTA DE TABLAS

| | pág. |
|--|------|
| Tabla 1. Demanda diaria de buses articulados | 22 |
| Tabla 2. Programación de turno de ocho (8) horas (Iteración =1) | 34 |
| Tabla 3. Programación de turno de ocho (8) horas con disminución de la demanda (Iteración =1) | 36 |
| Tabla 4. Programación de turno de ocho (8) horas con incremento de la demanda (Iteración =1) | 36 |
| Tabla 5. Cuadro comparativo de variación de la demanda | 37 |
| Tabla 6. Programación de turno de ocho (8) horas (Iteración =5) | 38 |
| Tabla 7. Demanda requerida para turnos de ocho horas | 39 |
| Tabla 8. Resultado de la simulación del modelo de rotación en GAMS | 40 |
| Tabla 9. Relación entre resultados del modelo y programación real | 41 |
| Tabla 10. Resultados de la variación del modelo de generación de turnos..... | 43 |
| Tabla 11. Comparativo costo de modalidad de ocho horas y costo actual..... | 44 |

LISTA DE ANEXOS

pág.,

| | |
|---|---------|
| Anexo 1. Modelos de programación en GAMS generación de turnos / Digital: Carpeta Colgen | .51 |
| Anexo 2. Modelos de programación en GAMS rotación de turnos / Digital: Carpeta Turnos |51 |
| Anexo 3. Macro para generar formato de turnos / Digital: Archivo Formato turnos |51 |
| Anexo 4. Programación diaria de buses / Digital: Archivo Programación buses |51 |
| Anexo 5. Resultados de generación de turnos / Digital: Archivo Definitivo |51 |

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 ENUNCIADO

La programación diaria de autobuses y conductores para todas las compañías de transporte que operan en un sistema masivo es un problema de asignación que se debe resolver a diario. El trabajo de cada día cambia sobre una base de programación de rutas, ya sea debido a los requerimientos entre las mismas o por servicios adicionales que se deben realizar, por lo cual se convierte este en un problema de programación interesante por resolver. Por lo tanto, es de gran valor desarrollar herramientas de soporte para la toma de decisiones sobre la asignación y rotación de conductores, las cuales deben cumplir cada una de las obligaciones legales, técnicas y de seguridad para dicha labor, que por lo general son las siguientes:

- Asignar el número de conductores necesario para el cubrimiento de la demanda del periodo en estudio.
- Establecer el tipo y número de modalidades a realizar con sus respectivos descansos.
- Asignar un conductor a una única modalidad por día.
- Realizar un equilibrio de las horas trabajadas por semana por cada conductor.
- Cada conductor debe descansar al menos un día a la semana.
- Cada conductor debe descansar al menos un domingo al mes.

Cabe resaltar que para este problema de planeación se invierte demasiado tiempo en la asignación y rotación de los recursos con el fin de aprovechar al máximo cada uno de ellos. Actualmente, existe una serie de software capaz de desarrollar cada uno de los requerimientos mencionados anteriormente y adecuados a las necesidades de cada compañía, sin embargo, por la misma complejidad son de elevado costo, lo cual hace que muchas empresas realicen esta planificación de modo manual y empleen demasiado tiempo en dicha tarea. Por ende, la investigación de operaciones con la ayuda de herramientas tecnológicas se torna en una opción viable para la reducción de tiempos de planeación y asignación de conductores.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

A partir de lo mencionado anteriormente, y dada la importancia para desarrollar un buen proceso de planeación y asignación de conductores, se considera relevante realizar un proceso de investigación que permita dar respuesta al siguiente interrogante:

¿Cómo, a partir de un modelo de apoyo a la toma de decisión, se logra obtener un beneficio para el crecimiento económico de toda la cadena de accionistas, administrativa y operativa de una empresa de transporte masivo?

1.3 OBJETIVO GENERAL

Diseñar un modelo de soporte a la toma de decisiones con énfasis en modelos matemáticos para la asignación de turnos a conductores que optimice una operación de transporte masivo urbano de pasajeros.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Formular un modelo matemático que permita caracterizar un problema de asignación de conductores para una empresa de transporte masivo de pasajeros.
- Implementar el modelo matemático en un lenguaje de modelación para soportar la toma de decisiones con base en los resultados obtenidos.
- Evaluar la eficiencia de los resultados a partir del análisis y beneficio económico-social que se generan para el personal operativo y de una empresa del sector del transporte masivo mediante la aplicación del modelo planteado.
- Realizar un análisis de sensibilidad para determinar cuáles son los parámetros del modelo cuyos cambios tengan mayor impacto en los resultados del mismo.
- Establecer el marco conceptual del desarrollo teórico del problema de asignación de turnos de conductores en el transporte masivo de pasajeros.

1.5 JUSTIFICACIÓN Y DELIMITACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se encuentran las principales razones por las cuales es importante tanto para la academia como para el autor desarrollar este proyecto de investigación, en el cual se colocará en aplicación las teorías, técnicas de desarrollo e información recolectada durante todo el proceso de estudio de la maestría.

1.5.1 Justificación

El crecimiento del transporte masivo está asociado al crecimiento poblacional, y es una de las alternativas frente a las crecientes congestiones de tránsito y al mejoramiento del medio ambiente. Estos sistemas de transporte surgen como respuesta a las concretas prohibiciones de

uso de vehículos particulares en algunas ciudades y para la correcta administración de la movilidad. A partir de este nuevo esquema de transporte, la investigación de operaciones hace uso de la modelación matemática para el estudio e implementación de métodos eficientes que optimicen los problemas de programación y asignación del sistema, cumpliendo con las normas y restricciones específicas del mismo mejorando la flexibilidad de operación del sistema.

Por las altas congestiones vehiculares y la deficiencia del transporte público, en Colombia se adoptó como política pública la transformación de los sistemas de transporte urbano en las principales ciudades del país. A través del CONPES 3167 del 2002 se establece la política para mejorar el servicio de transporte público urbano de pasajeros, la cual principalmente define para ciudades con población superior a los 600.000 habitantes, implantar sistemas integrados de transporte masivo (SITM), bajo un esquema de carriles destinados en forma exclusiva para la operación de buses de alta capacidad, con integración física y tarifaria, con rutas alimentadoras, operación y control sistematizado y la vinculación de capital privado para la operación de buses y tecnología.

Desde Transmilenio en Bogotá D.C. y de acuerdo con esta política de transformación, al momento en Colombia se cuenta con nueve (9) sistemas integrados de transporte masivo tipo BRT en operación. Como por ejemplo el SITM MEGABUS del AMCO, está conformado por 3 rutas troncales, 23 rutas alimentadoras (integradas en 2 terminales de transferencia) y 36 rutas complementarias, el cual ha desarrollado un concepto de movilidad y organización vial para la ciudad de Pereira.

Un elemento primordial, en una operación de transporte masivo es administrar óptimamente sus recursos, por lo tanto diseñar los turnos y generar una adecuada rotación de conductores, es determinante para el cumplimiento de los recorridos, seguridad y confiabilidad de la operación. Al tratarse de un problema complejo de administración, la utilización de modelos matemáticos se convierte en una herramienta viable para modelar la situación y realizar la optimización del problema.

Para el caso, reconociendo las particularidades propias de la programación de turnos, el ejercicio se desarrollará acorde con las características del servicio de transporte masivo troncal prestado por una empresa de transporte de este tipo, si bien, actualmente este proceso alcanza excelentes resultados, este es altamente manual y depende de la experticia de pocos funcionarios; igualmente, impide el desarrollo de análisis alternativos que modifiquen criterios de contratación, programación e incluso rotación de turnos, pues no es posible tener un análisis de sensibilidad a falta de un modelo que represente el sistema. En este sentido, la aplicación de la investigación de operaciones para este problema, proporcionará una representación de la situación real, que

permita manipularse en su comportamiento y, agregue los análisis requeridos para la toma de decisiones técnicas requeridas en la administración de este tipo de operaciones.

1.5.2 Delimitación

El alcance del proyecto, tiene como base la información de la demanda de vehículos por periodo para las rutas troncales suministrada por una empresa de transporte masivo con la cual se desarrollarán una serie de análisis para encontrar la solución adecuada. La información obtenida suministra la demanda requerida durante los periodos de operación del sistema en un día ordinario teniendo como base la cantidad de buses articulados que posee la empresa.

A partir de esta información se desarrollarán los modelos matemáticos teniendo en cuenta que la demanda de un día ordinario es más alta a un día festivo y que cada uno de los recursos asignados cumple con las características mínimas para cumplir con la tarea a realizar. Cabe resaltar que los cambios que puedan ocurrir durante el transcurso de la operación diaria se hace necesario generar una nueva estrategia que permita optimizar la operación. Es importante mencionar que para esta programación se cuenta con una flota de veinte (20) autobuses articulados, los cuales deben ser programados según la demanda o requerimientos establecidos por el ente gestor en cada periodo horario que para la investigación es de 30 minutos, además de estas rutas se cuenta también con unas rutas alimentadoras al sistema troncal que no se tendrán en cuenta para el desarrollo del modelo de asignación de conductores del sistema de rutas articuladas.

Figura 1. Ejemplo de sistema de transporte masivo



Fuente: www.megabus.gov.co/rutas.html, Obtenida el 23 de febrero de 2013

2. ESTADO DEL ARTE

Actualmente las empresas de todos los sectores de la economía buscan usar al máximo las innovaciones tecnológicas y la investigación de operaciones para mejorar el desempeño de los sistemas operacionales (Fortes, 2000). En parte, la modelación y las técnicas de programación matemática surgieron para dar respuesta a la necesidad de mejora de los procesos productivos y se han venido aplicando a la organización y distribución de los recursos físicos (Escalpes, 2000). En la actualidad los sectores de bienes y servicios, han intensificado la creación de software y modelos de optimización para mejorar la operación y determinar la mano de obra necesaria para que el sistema satisfaga los requerimientos de los usuarios.

En Sur América, por ejemplo en Brasil, se ha desarrollado un sin-número de investigaciones debido a la democratización del transporte público. Estos sistemas deben garantizar una tarifa adecuada para el usuario teniendo en cuenta los subsidios específicos para ciertas zonas de la sociedad, pero además deben acompañar este criterio con un incremento en la eficiencia y de la reducción de los costos operacionales, (Mauri & Lorena, 2002). Otra de las características tenidas en cuenta por las compañías de transporte a nivel mundial es el mejoramiento en el nivel de satisfacción del cliente, el cual está directamente relacionado con la reducción de los tiempos de espera lo que en un sistema de transporte se ve reflejado por la eficiencia del mismo. Existe un sin-número de alternativas para mejorar este indicador, pero en general está reflejado en cubrir o incrementar la demanda para dicha tarea en un periodo determinado y es directamente proporcional a la capacidad que tiene la empresa para cubrir dicho requerimiento. Por lo tanto, este problema de cubrimiento implica desarrollar una metodología en el cual se incremente el nivel de satisfacción del usuario.

Para dar cumplimiento a cada uno de los requerimientos mencionados anteriormente, las compañías de transporte invierten gran parte de sus recursos en fortalecer el área operacional haciendo que este represente uno de los factores de más alto costo, el cual está relacionado directamente a la asignación del número de personas y equipos necesarios para el cubrimiento de la demanda. Este factor, al final representa un punto considerable para la reducción de costos que se puede mejorar a partir de la investigación de operaciones y específicamente en el desarrollo de modelos de rotación y asignación de personal.

Según (Collier & James, 2009), los problemas de programación de personal son comunes en las organizaciones de servicio debido a la alta variabilidad en la demanda de los clientes. La programación intenta adecuar el personal disponible con las necesidades de la organización al prever la demanda con precisión y traducirla a la cantidad de trabajo por realizar. De tal forma,

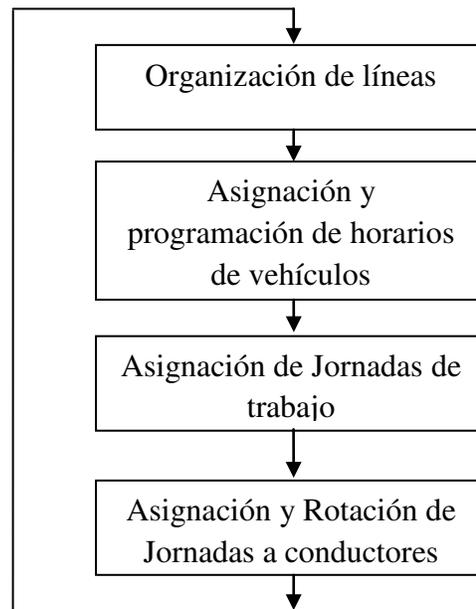
que se hace necesario determinar el personal requerido para realizar el trabajo por periodo, determinar el personal disponible y la combinación de tiempos de trabajo y descanso con el desarrollo de un programa de trabajo que maximice el servicio y minimice los costos, a partir de esto se puede concluir que los modelos matemáticos son una excelente herramienta de soporte para la toma de decisiones en una operación de servicios.

Los métodos de asignación y rotación de conductores para un sistema de transporte tienen sus inicios en los años ochenta, los cuales surgen de la necesidad de cumplir con las normas y restricciones laborales de la industria de transporte en tren en el Reino Unido (Kwan, 2000). Esto es debido a que los servicios operacionales para un viaje enmarcaban una correcta organización que dependía del tamaño de la tripulación, puntos de relevo, descansos y distancias a recorrer. A partir de estos modelos, la asignación y rotación de los conductores para sistemas de transporte de autobuses, aviones y/o trenes tuvieron un gran desarrollo para dar soporte a la correcta toma de decisiones operacionales.

El planteamiento de los transportes públicos masivos está compuesto por una serie de etapas definidas por varios autores: (Sousa, 2000) definió que el sistema estaba determinado por una red de atención, una tabla de horarios, asignación de los vehículos y asignación de las tripulaciones a los vehículos. Weider (2007) divide al transporte público en dos grandes fases: un planteamiento estratégico, que comprende un proyecto de red de atención, planeación de rutas y una definición de horarios; y un planteamiento operacional, el cual consiste en la asignación de vehículos, en la asignación de tripulaciones y la rotación de las mismas.

En la práctica, el diseño de una planeación de transporte está dado por una serie de procesos que depende cada uno del inmediatamente anterior y de la retroalimentación completa del sistema. El proceso está determinado a partir de la estimación de demanda del servicio en un periodo determinado, el cual se define como el número de usuarios que llegarán a una estación solicitando un trayecto en especial. Luego de esta estimación, se determina la organización de las rutas y la determinación del horario de vehículos. A partir de estas determinaciones, se realiza la programación de jornadas de trabajo que definen el número, la hora de inicio y la hora de término de cada turno para cada tipo de conductor, por último, se realiza la asignación de jornadas de trabajo a los conductores para un periodo determinado. Finalmente, se realiza el control de la operación, donde se vela por el cumplimiento de los requerimientos de personal y turnos definidos, en la figura 2 se puede observar el diagrama de flujo convencional de la operación de un sistema de transporte.

Figura 2. Diagrama de flujo de operación de un sistema de transporte



Fuente. Autoría Propia

A partir de este diagrama de flujo de la planeación de transporte, la investigación de operaciones se ha enfocado en encontrar soluciones a cada una de las etapas, en especial a los problemas de asignación y rotación de conductores para determinar diferentes tipos de operación. Muchos grupos de investigación se han creado con el objetivo de desarrollar y establecer modelos específicos de programación matemática las cuales tienen como base la programación lineal, pero que han avanzado dependiendo del grado de dificultad de las mismas en sistemas con métodos heurísticos o metaheurísticos que den solución a los problemas de manera individual o global mencionados anteriormente.

Un grupo precursor en esta área, denominado *Scheduling and Constraint Management Group* de la Universidad de Leeds, realizó una serie de implementaciones heurísticas utilizando Algoritmos Genéticos (Kwan, 1999; Li & Kwan, 2003), Búsqueda Tabú (Shen & Kwan, 2001), Colonia de Hormigas (Forsyth & Wren, 1997) entre otras. Estos modelos desarrollados por este grupo son ampliamente utilizados en el Reino Unido tanto para realizar programación de tripulaciones en una flota en operación como para la rotación de turnos (Wren, 2004). El desarrollo de estas investigaciones ha obtenido como resultado software (TRACSII, IMPACTS, HASTUS) con la capacidad de generar soluciones globales o para cada una de las etapas del sistema de planeación de transporte que se ajustan a las necesidades de cada una de las compañías.

De estas investigaciones, el estudio de métodos para resolver problemas de tipo NP hard como lo son la asignación y rotación de tripulaciones, permitió definir que según la etapa a evaluar era necesario determinar el tipo de modelación matemática a utilizar. Los problemas NP hard, tienen la característica de requerir una capacidad computacional alta, debido a que el número de variables y restricciones a evaluar son elevadas. Por lo tanto, los métodos metaheurísticos planteados por (Lee, 2000, Portugal, 2006, Escalpes, 2000) proveen una solución factible dependiendo del tipo de restricciones a utilizar, sin embargo un modelo de programación heurística o lineal puede también generar soluciones óptimas para un modelo de asignación y/o un problema de rotación.

Cabe mencionar que el problema de asignación de jornadas de tripulaciones, es una tarea única e independiente para cuya realización es necesario que estén perfectamente determinadas las jornadas de trabajo las cuales son características propias de cada empresa de transporte. Es por esto que esta etapa es la que da más lugar a investigación hoy en día, ya que, al haber variaciones en las condiciones laborales de los trabajadores para cada caso, encontrar una solución generalizada es complejo.

2.1 PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE TURNOS

Programar la realización de algún evento o una actividad se torna gradualmente más difícil con el incremento del número de variables a ser programadas y con el aumento de las restricciones del problema. Para el caso, de una programación de tripulaciones se tiene como entradas la programación de los vehículos, las normas operacionales y la legislación laboral, las cuales a su vez serán tenidas en cuenta en el problema de asignación. En un sistema de transporte la programación está conformada por un conjunto de tareas denominadas *jornadas*, cada *tarea* es un conjunto de viajes de un mismo vehículo que debe, necesariamente, ser realizado por una misma tripulación. El conjunto de todas las jornadas constituye una asignación para las tripulaciones, también conocida como programación y/o asignación de tripulaciones.

El problema de asignación de tripulaciones (*Crew Scheduling Problem* – CSP) consiste en asignar tripulaciones para un cumplimiento de rutas en un sistema de transporte. Un caso particular del CSP es el problema de asignación de conductores de un autobús (*Bus Driver Scheduling Problem* – BDSP), el cual consiste en construir un conjunto de tareas a realizar por un conductor en un día de trabajo, de modo que todos los conductores cubran los vehículos asignados (Wren & Rosseau, 1995).

El CSP es un concepto de asignación de tripulaciones para una predeterminada asignación de vehículos de tipo NP-hard, y la construcción de esta asignación es una tarea complicada a realizar

porque varía según la demanda y la cantidad de conductores disponibles en un periodo determinado. El CSP es un proceso que se puede construir a partir de dos principios: cubrimiento de conjuntos (*Set Covering Problem* – SCP) y particionamiento de conjuntos (*Set Partitioning Problem* – SPP). El SCP está entre los problemas de optimización combinatoria más difíciles, siendo perteneciente a la clase NP-hard (Martello & Toth, 1986).

Para el caso del transporte, un método muy utilizado es el cubrimiento de conjuntos o *set covering*, el cual tiene como principio satisfacer la demanda a partir de la asignación de una cantidad de conductores en un periodo determinado. Este problema es adecuado para la asignación de turnos y envuelve la planeación en intervalos de tiempos en los cuales se tiene en cuenta los tiempos de trabajo, descanso y relevo para un grupo de conductores. Este principio debe tener en cuenta dónde las tripulaciones pueden iniciar o terminar un turno para un intervalo de tiempo determinado, la cantidad de piezas de trabajo a cubrir y la demanda para determinado periodo.

El modelo matemático del SCP se puede representar a través de una variable de decisión binaria X_j que toma el valor de 1 si la tarea está en la solución y 0 de lo contrario, con una matriz A de orden $m \times n$, cuyos elementos $A_{ij} \in \{0,1\}$, un vector de costos C_j con n elementos en el cual cada componente corresponde al costo asociado de la columna J de la matriz A . La función objetivo (1) del modelo busca el cubrimiento de las tareas a partir de los recursos disponibles al menor costo posible, el cual debe garantizar la utilización de todos los recursos disponibles (2) y el carácter binario de la variable de decisión (3). A continuación se muestra el modelo matemático para el SCP:

$$\text{Min } z(x) = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (1)$$

$$\text{s. a. } \sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \geq 1, i \in M, \quad (2)$$

$$X_j \in \{0,1\} \quad j \in N, \quad (3)$$

Según, (Titiyevska, 2006) el objetivo general de este modelo de solución es construir horarios de trabajo para un conjunto de empleados de cualquier compañía que pueda satisfacer la demanda del servicio prestado. Este proceso puede ser analizado de la siguiente manera:

- Determinar cuántos empleados son necesarios en los diferentes periodos sobre un horizonte planeado.

- Asignación de tareas.
- Creación de líneas de trabajo.

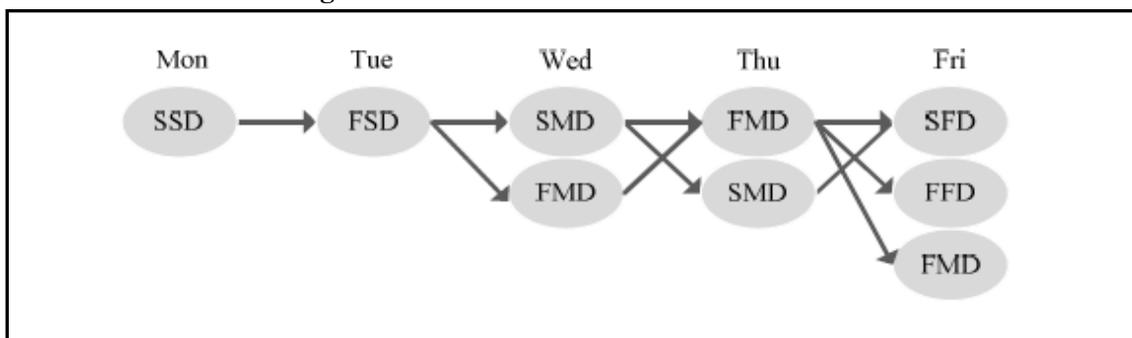
Sin embargo, este problema puede implicar mayor dificultad a medida que se establezcan los requerimientos a cumplir por diferentes aplicaciones en el sector de transporte. Un ejemplo, es lograr cumplir la demanda durante el tiempo o ventana de descanso de las tripulaciones sin afectar la eficiencia del servicio, asimismo hay muchas más restricciones a cumplir, de todas maneras las diferentes investigaciones siempre apuntan a la disminución del costo, que está directamente relacionado con el número de conductores a asignar en un periodo para un día determinado.

2.2 PROBLEMA DE ROTACIÓN DE TURNOS

El problema de rotación de turnos de trabajo en una organización es una tarea que consiste en asignar un número de empleados a intervalos de tiempo previamente establecidos cada día de la semana respetando una serie de restricciones laborales que dependen del campo de aplicación (Ernst, 2004). Cada turno está compuesto por una serie de tareas previamente asignadas con sus respectivos tiempos de descanso, y la secuencia de asignación en varios turnos de una semana genera un horizonte planeado llamado *roster*. Los turnos se pueden caracterizar por los intervalos de tiempo en los que se encuentran o por el tipo de tarea a realizar.

Según, (Pradenas, Hidalgo & Jensen, 2008) el desafío es encontrar asignaciones eficientes que permitan cumplir con la demanda existente a un costo aceptable, y al mismo tiempo evitando violar contratos laborales o restricciones legales. Existe un sin-número de alternativas de rotación de turnos que están diseñadas dependiendo del modelo de trabajo establecido por la compañía, un ejemplo de rotación se puede evidenciar en la figura 3 donde las posibilidades de asignación y rotación varían según el turno realizado el día anterior.

Figura 3. Alternativas de Rotación de turnos



Fuente: Xie, L. (2012) Integrated Driver Rostering Problem in Public Bus Transit

El problema de rotación de turnos consiste en la construcción de un calendario para las tripulaciones de cualquier empresa de bien y/o servicio, planeado en una longitud de tiempo, usualmente para siete (7) días, que permita cubrir los turnos programados por el área de planeación para el cumplimiento de la demanda. Este problema generalmente tiene como objetivo minimizar la penalización del incumplimiento de las restricciones del modelo, partiendo con la asignación exacta de las tripulaciones con el fin de no generar un incremento en el costo de la operación.

El problema de asignación busca generar ocupaciones únicas por día, mientras algunas restricciones tienen que ser satisfechas, tales como la duración del turno y la frecuencia de las pausas dentro del mismo. Cada turno tiene su hora de inicio, hora de finalización, el día de la semana al que pertenece y el tipo (turno de mañana, por ejemplo), etc. El problema de rotación de tripulaciones bajo estudio puede tener un sin número de restricciones pero puede resolverse a partir de funciones multiobjetivo que represente la mejor solución tanto para las tripulaciones como para la compañía, este es un problema complejo similar al SCP (*Set Covering Problem – SCP*).

Un ejemplo es el DRP (*Driver Rostering Problem – DRP*) que se refiere a la tarea de asignar conductores mientras que las consideraciones de operación, las leyes laborales, y las preferencias de los conductores tienen que ser satisfechas. Después de resolver este problema, se genera una lista para cada conductor, que se caracteriza por la optimización máxima de los conductores, mínima diferencia de horas extras entre todos los conductores, y un mínimo número de funciones no asignadas. (Xie, Kliewer & Suhl, 2012). Otros ejemplos similares, se presentan en la rotación de tripulaciones en una compañía aérea de transporte (Cappanera & Gallo, 2004) y la rotación de turnos de enfermeras en un hospital (Moz & Pato, 2006). Dependiendo de la complejidad del problema y la dimensión de sus variables, el método a utilizar ya sea programación lineal o programación heurística, puede ser la herramienta más apropiada para llevar con éxito la solución del problema (Moz, Pato & Respicio, 2007).

Como se ha mencionado anteriormente, la rotación de turnos debe cumplir con las condiciones y normas impuestas por la legislación laboral de cada región. En Colombia, se encuentran descritas en el Código Sustantivo del Trabajo (2012), y específicamente están en el Título VI, capítulo II en el artículo 161 parágrafo *d.*, las cuales se mencionan a continuación:

1. Duración máxima de jornada de trabajo de ocho (8) horas.
2. Máximo seis días de trabajo continuo.
3. Mínimo un día de descanso en la semana.

4. Mínimo un domingo de descanso al mes.
5. Máxima cantidad de horas a trabajar en un mes.
6. Pago de recargos económicos según el tipo de hora trabajada
7. Mínimo número de horas a descansar entre cambio de turnos.
8. Pago del salario mínimo con subsidio de transporte.

2.3 ALGORITMO BRANCH AND PRICE

El método *Branch & Price* es una importante técnica para la solución de problemas de programación lineal con demasiadas columnas para manejar eficientemente donde la gran mayoría de sus variables estarán asociadas a cero en la solución óptima. Este método integra el algoritmo Branch and Bound y la generación de columnas.

Este algoritmo es usado por varios autores para la solución de problemas de asignación de personal a turnos de trabajo, ya que es una gran herramienta para la solución de modelos grandes de programación lineal entera. *Branch & Price* parte de una solución basado del método generación de columnas que es reconocido en la literatura como una estrategia de solución para cierto tipo de problemas lineales de gran escala. La generación de columnas toma mayor relevancia cuando se considera su aplicación dentro de estrategias para la solución de problemas enteros o mixtos, bien sea mediante métodos exactos como el algoritmo *Branch & Price* o cuando se emplea para la construcción de heurísticas para la solución de dicho tipo de problemas (Maya, 2008).

El algoritmo *Branch & Price* parte de un modelo en el cual un conjunto de columnas son dejadas fuera, con el objetivo de realizar una relajación de la programación lineal cuando el problema no puede ser resuelto directamente (Titiyevska, 2006). Este algoritmo funciona en primera instancia mediante la implementación del problema auxiliar *Pricing Problem*, el cual genera la evaluación de las columnas que deben adicionarse a la base inicial hasta dar solución a la relajación del problema. La segunda instancia es la ramificación o *Branching*, la cual ocurre cuando no pueden hallarse columnas para adicionar a la base inicial y la solución del problema relajado no satisface las condiciones de integralidad. Estas instancias dan como resultado la minimización del costo de la función objetivo del problema lineal planteado.

Es importante resaltar, que el algoritmo avanza iterativamente buscando una reducción de la función objetivo, seleccionando, con algún criterio definido, alguno de los subproblemas activos, ramificando este subproblema y hallando el valor óptimo de la relajación lineal de los problemas obtenidos al ramificar. Para la evaluación de los distintos subproblemas se hace uso del esquema de generación de columnas (Maya, 2008), el cual se explicará a continuación.

2.4 GENERACIÓN DE COLUMNAS

Muchas formulaciones de problemas de programación lineal tienen la característica de contar con un gran número de variables. Usualmente este número es tan grande que no es posible considerar todas las variables en forma explícita. Este tipo de formulaciones son usadas en la práctica por diversas razones y además pueden ser los únicos modelos conocidos para un determinado problema y del cual no exista un modelo alternativo.

La estrategia, en estos casos, es resolver el problema de programación a través de la relajación lineal restringiéndose sólo a un subconjunto de variables. Esto se basa en el hecho de que la mayoría de las variables no serán parte de la solución óptima, por lo que en teoría sólo es necesario un subconjunto pequeño de todas ellas para resolver el problema. Al no considerar todas las variables, la solución obtenida será factible pero no hay garantía de que sea óptima. Para cerciorarse de esto es necesario buscar entre las variables no consideradas si existe alguna candidata que pueda mejorar el valor de la función objetivo (Bakarcic & Di Piazza, 2012).

Todo este procedimiento mencionado anteriormente consiste en el método de generación de columnas, una herramienta poderosa en la solución de problemas de programación lineal con un gran número de variables (variables del problema) no conocidas o que es impráctico generarlas explícitamente y además un modelo con una cantidad pequeña de restricciones a satisfacer. Dantzig (1960) propuso la técnica de generación de columnas como una técnica de descomposición con la cual se pueda manejar modelos complejos de asignación o de redes.

Para resolver estos problemas se inicia con una relajación del problema inicial, la técnica de generación de columnas consiste en separar el problema original en un problema maestro y un subproblema de generación de columnas. (Bakarcic & Di Piazza, 2012) El problema maestro es el problema original pero sólo considerando un subconjunto de todas las variables. El subproblema de generación de columnas consiste en identificar una nueva variable (o columna) para agregar al subconjunto mencionado antes. La nueva columna a ingresar debe ser generada de tal manera que, de ser incluida en la base, mejore el valor de la función objetivo que contiene un subconjunto de la matriz de columnas determinadas. Para esto es necesario que la solución subconjunto sea factible y la solución del problema dual sea óptima.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la solución de la relajación del problema lineal puede no ser una solución óptima para la solución del problema lineal o maestro (Titiyevska, 2006). Por lo tanto, se hace necesario tener en cuenta el teorema de dualidad fuerte para determinar si la solución óptima del problema relajado es óptima para el problema lineal: *“En el óptimo el valor de la función objetivo del problema primal será igual al valor de la función*

objetivo del problema dual evaluada en la solución dual óptima. Si el problema primal es no acotado, entonces el dual es infactible. Alternativamente si el problema primal es infactible, entonces el dual es no acotado”.

En el caso de una minimización, se establece que para mejorar la función objetivo en una iteración dada, la nueva columna A_{IJ} debe tener un costo reducido teniendo en cuenta el valor asignado a los pesos α_I, β_I . En términos matemáticos esto significa que:

$$C_J - \sum A_{IJ}(\alpha_I + \beta_I) \geq 0; \forall J$$

Donde $A_{IJ}(\alpha_I + \beta_I)$ es la posibilidad de generar una nueva columna, C_J es el coeficiente de costo de generar una nueva columna. Luego, si la solución óptima de la ecuación es también solución para el problema dual asociado al problema relajado, los valores de C_J para todo J deberá ser no negativo. Por lo tanto, para cualquier columna cuyo costo C_J sea menor que la sumatoria será un valor mejorado. (Bakarcic & Di Piazza, 2012) El subproblema se encargará entonces, en cada iteración del problema maestro, en buscar una columna que verifique la anterior inecuación. Si dicha columna existe, se agregará al subconjunto de variables y se reoptimizará el problema maestro para luego repetir el proceso. Si por el contrario, la columna buscada no existe, no será posible mejorar el valor de la función objetivo. En este caso, se puede concluir que se alcanzó el óptimo del problema maestro.

El procedimiento desarrollado en el algoritmo puede describirse de la siguiente manera (Maya, 2008):

- **Inicialización.** Debe disponerse de un subconjunto de columnas que provean el problema lineal maestro restringido para el cual sea posible determinar una solución básica factible, de modo que cualquier solución básica factible del problema restringido lo es también para el problema no restringido.
- **Prueba de optimalidad para el problema no restringido.** Debe determinarse si la solución factible encontrada es óptima para el problema restringido, para ello se determina si es posible hallar una columna con costo reducido positivo para adicionar a la base, usando para ello los precios duales asociados a la solución del problema restringido. De no existir dicha columna la solución actual de problema restringido es óptima, y también lo es para el problema no restringido, con lo cual finaliza el algoritmo.
- **Generación de una Nueva Columna.** En caso de no satisfacerse las condiciones de optimalidad, una (o varias) columna(s) con costo reducido positivo debe(n) ser adicionada(s) generándose un nuevo problema maestro restringido, el cual puede ser reoptimizado para volver al segundo paso del algoritmo. El problema auxiliar empleado

para generar esta columna puede ser *Branch & Price*, *Branch & Bound*, *Convergencia del Algoritmo*.

La eficiencia del procedimiento de generación de columnas es determinada en gran medida por la complejidad de los subproblemas generados (Titiyevska, 2006). Este problema necesita ser resuelto con cada iteración del algoritmo y la efectividad del mismo depende de la correcta aplicación que se realice en conjunto con el procedimiento de *Branch & Price*. Este método ha sido utilizado para la solución del problema de rotación de turnos cuyos intervalos de tiempo están definidos y sujeto a las restricciones definidas en los diferentes intervalos de tiempo (Naudin, 2007).

3. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMATICO

Con base en la revisión de las diferentes técnicas analizadas en el capítulo anterior, se presenta a continuación la propuesta de solución para el problema de asignación y rotación de conductores para una empresa de transporte masivo.

3.1 CONTEXTO DEL PROBLEMA

Teniendo en cuenta el alcance definido para el proyecto, en la tabla 1 se muestra la demanda de buses articulados por cada periodo para un día ordinario. La información fue suministrada por una empresa de transporte masivo y corresponde a la programación real enviada por el ente gestor para el sistema. Cabe resaltar que se tiene en cuenta la cantidad actual de conductores que están capacitados para desarrollar la tarea de conducción de vehículos articulados y los vehículos que disponen para cubrir dichos requerimiento.

Como se puede observar en la tabla 1, se cuenta con un total de cuarenta (40) periodos de medias horas con una demanda mínima de un (1) conductor y una máxima de veinte (20) conductores por periodo. Los intervalos en los cuales se distribuyen la demanda no son uniformes en el tiempo y están acondicionados según la necesidad de operación del vehículo y de la demanda del servicio. Actualmente, la cantidad de conductores con los que se cuenta para el sistema de transporte son cuarenta y cinco (45) personas debidamente certificadas para el manejo de estos vehículos y que además tienen posibilidad de manejar cualquier vehículo alimentador o troncal.

Tabla 1. Demanda diaria de buses articulados

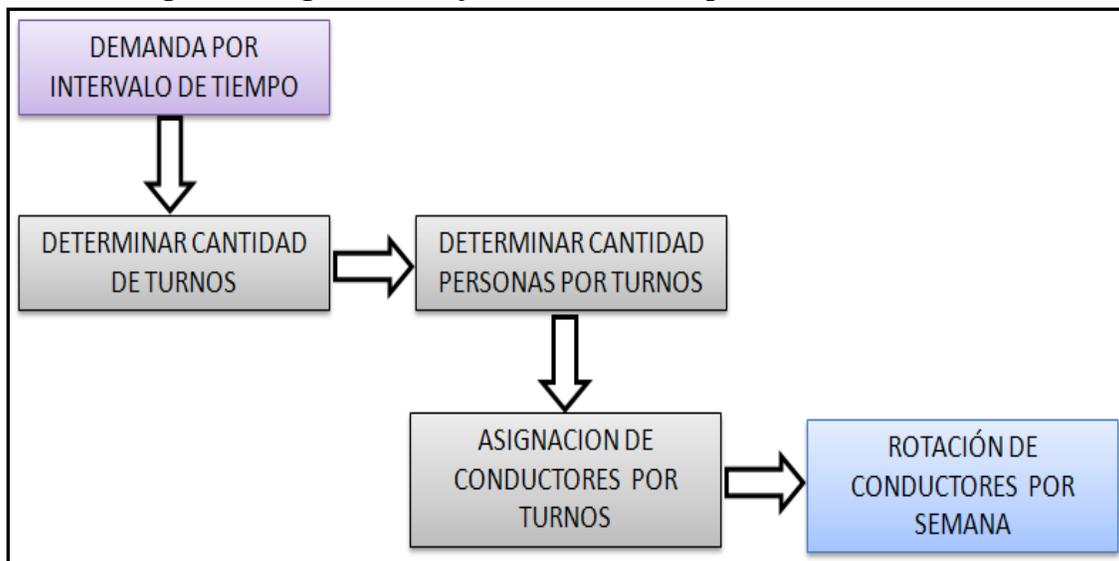
| PERIODO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | | | | | |
|--|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| Articulado 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| Articulado 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| Articulado 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| Articulado 4 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| Articulado 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| Articulado 6 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| Articulado 7 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| Articulado 8 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 9 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 10 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 11 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 12 | | | 1 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 13 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 14 | | | 1 | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 15 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 16 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Articulado 17 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 18 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 19 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Articulado 20 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Vehículos en ruta por cada rango horario | 8 | 8 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 18 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 10 | 11 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 19 | 16 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 |

Fuente: Empresa de transporte masivo

A partir de esta información y para dar solución al problema planteado se desarrollará la siguiente metodología de trabajo para encontrar la mejor solución:

1. Desarrollar un modelo matemático de generación de turnos para cumplir con la demanda de conductores en un periodo determinado, basado en el modelo de *set covering problem* y utilizando el algoritmo *Branch & Price* con generación de columnas.
2. Con base en los resultados obtenidos en el modelo anterior, se desarrollará un modelo matemático de programación lineal para resolver el problema de asignación y rotación de conductores para una semana.

Figura 4. Diagrama de flujo de desarrollo del proceso de formulación



Fuente: Autoría Propia

Todos los modelos serán programados bajo el lenguaje del software GAMS en su versión 21.1 y los resultados serán adaptados en tablas de Excel para realizar un entregable tabulado que entregue un cuadro de asignación de fácil comprensión para la rotación y asignación de conductores a la semana.

3.2 MODELO MATEMÁTICO DE GENERACIÓN DE TURNOS

Para dar respuesta al problema de generación de turnos se diseña un modelo basado en el problema del *set covering problem*:

Conjuntos principales

I = Periodos {1,2, ...,40}

J = Turnos posibles {N1, N2, N3 ..., N}

Conjuntos auxiliares

N(J) = Subconjunto de los turnos posibles

PI = Conjunto dinámico para solución de algoritmo Branch and Price

Parámetros

Los parámetros a utilizar para este modelo están dados por la demanda por periodo relacionados en la tabla 1 y los límites de demanda máxima, cantidad mínima y máxima de conductores en un periodo determinado según el turno a utilizar para cumplimiento de las restricciones.

DEMANDA_(I)=Número de conductores trabajando en un periodo habilitado

MAX_DEMANDA_(I)=Número máximo de conductores trabajando en un periodo habilitado

MIN_COND_DESC_(I)=Número mínimo de conductores en descanso en un periodo habilitado

MAX_COND_DESC_(I)=Número máximo de conductores en descanso en un periodo habilitado

A_(I,J)=Matriz de 1 y 0;1 si el periodo I es un periodo de trabajo para un turno J de lo contrario 0

B_(I,J)=Matriz de 1 y 0;1 si el periodo I es un periodo de descanso para un turno J de lo contrario 0

Variables de decisión entera

X_J = Cantidad de conductores a utilizar en el turno J

M_{IJ} = Cantidad de conductores que pueden descansar en un periodo I durante un turno J

Función objetivo

$$\text{MIN } (Z) = \sum_J C(J) * X(J) \quad (4)$$

La ecuación (4) expresa la función objetivo, en la cual se busca minimizar el número de conductores asignados por turno dependiendo de la duración del mismo, donde C_j es la suma de los periodos asignados a cada turno generado, asumiendo que todos los periodos tienen el mismo valor.

Restricciones

A continuación se relacionan las diferentes restricciones identificadas en el proceso de investigación y que se tuvieron en cuenta en la construcción del modelo de generación de turnos.

En la ecuación (5) se garantiza el cumplimiento de la demanda para un periodo determinado siempre y cuando en la generación de turnos se encuentre habilitado el periodo para ese turno particular. Además se obtiene el número de conductores que pueden descansar en un periodo habilitado para dicha labor.

$$\sum_J A_{(I,J)} * X_{(J)} - \sum_{j \in B(i,j)} M_{(I,J)} \geq \text{DEMANDA } (I) ; \forall_I \quad (5)$$

La ecuación (6) garantiza que en un periodo habilitado dentro de un turno no se asigne una mayor cantidad de conductores a la establecida por el modelo.

$$\sum_J A_{(I,J)} * X_{(J)} - \sum_{j \in B(i,j)} M_{(I,J)} \leq \text{MAX_DEMANDA } (I) ; \forall_I \quad (6)$$

La restricción de la ecuación (7), garantiza que exista un número mínimo de conductores descansando en un periodo habilitado para descansar. Para nuestro caso este valor será cero (0).

$$\sum_J B_{(I,J)} * X_{(I)} \geq \text{MIN_COND_DESC} (I) ; \forall_I \quad (7)$$

La restricción de la ecuación (8), garantiza un máximo número de conductores descansando en un periodo habilitado para descansar.

$$\sum_J B_{(I,J)} * X_{(I)} \leq \text{MAX_COND_DESC} (I) ; \forall_I \quad (8)$$

Con el fin mejorar la calidad de respuesta del modelo se aplica un algoritmo basado en Branch & Price con generación de columnas para obtener una mejor asignación de conductores por periodo y cumplir con las restricciones del modelo, el cual será explicado más al detalle en el capítulo 4 del presente documento.

3.3 MODELO MATEMÁTICO DE ROTACIÓN Y ASIGNACIÓN DE TURNOS

Para dar respuesta al problema de rotación y asignación de turnos se diseñó un modelo en programación lineal basado en los resultados obtenidos del modelo anterior, que proporciona el número de turnos, la duración de cada turno y la cantidad de conductores por cada uno. Las restricciones del modelo están diseñadas teniendo en cuenta los numerales 1 al 6 mencionados en la sección 2.3 del presente documento, del capítulo II del artículo 161 del Código Sustantivo Laboral (2012). Para ello se establecieron las siguientes variables y parámetros los cuales serán descritos a continuación.

Conjuntos principales

I = Conductores {C1, C2, ..., C} El número de conductores dependerá de la suma de empleados asignados por el modelo de generación de turnos.

J = Días de la semana {L, M, Mi, J, V, S, D}

K = Turnos posibles {T1, T2, T3 ... Tn} El número de turnos dependerá de la cantidad de turnos asignados por el modelo de generación de turnos.

Parámetros

Los parámetros a utilizar para este modelo están dados por la cantidad de conductores por periodo los cuales se obtienen de los resultados del modelo de generación de turnos, el valor de cada turno dependiendo de la franja horaria, cantidad de horas por cada turno y la habilitación del turno en un día cualquiera.

DEMANDA_REQ_(J,K) = Número de conductores que se necesitan en turno K para un día J

MODALIDADES_(K) = Número de periodos de media hora en un turno

MODALIDADES_DIA_(K,J) = Matriz de 1 y 0; 1 si el turno K está habilitado en el día J 0 sino

P_(K,J) = Peso de un turno K en un día J, los cuales están calculados con base en el Código sustantivo del trabajo en el Título VI del capítulo III artículo 168 que menciona la remuneración del trabajo nocturno y suplementario.

Variable de decisión binaria

X_{I,J,K} = 1 Si el conductor I es asignado en el día J en el turno k , 0 de lo contrario

Función objetivo

$$\text{MIN } (Z) = T_{\max} - T_{\min} \quad (9)$$

La ecuación (9) expresa la función objetivo, la cual busca minimizar el número de veces que se incumplen las restricciones del modelo matemático de rotación de turnos según la demanda y el peso de cada turno.

Restricciones

A continuación se relacionan las diferentes restricciones identificadas en el proceso de investigación y que se tuvieron en cuenta en la construcción del modelo de asignación y rotación de turnos para una semana de siete días.

$$T_{\min} - \sum_K^N \sum_J^M P_{(K,J)} * X_{(I,J,K)} \leq 0 ; \forall_I \quad (10)$$

La ecuación (10) busca minimizar el número de veces que se asigna un conductor a un turno teniendo en cuenta el peso de este para un día en específico. El peso de cada valor de la tabla está calculado según los recargos estipulados por la legislación laboral.

$$T_{\max} - \sum_K^N \sum_J^M P_{(K,J)} * X_{(I,J,K)} \geq 0 ; \forall_I \quad (11)$$

La ecuación (11) busca maximizar el número de veces que se asigna un conductor a un turno teniendo en cuenta el peso de este para un día en específico. El peso de cada valor de la tabla está calculado según los recargos estipulados por la legislación laboral.

$$\sum_I X_{(I,J,K)} = \text{DEMANDA_REQ}_{(J,K)} ; \forall_J \forall_K \quad (12)$$

En la ecuación (12) se garantiza el cumplimiento de la demanda para un turno siempre y cuando el turno se encuentre habilitado para ese día en específico.

$$\sum_{K \in \text{Modalidades_dia}_{(k,j)}} X_{(I,J,K)} \leq 1 ; \forall_I \forall_J \quad (13)$$

La ecuación (13) garantiza que un conductor máximo sea asignado a un único turno en un día siempre y cuando el turno este habilitado para ese día.

$$\sum_{K \in \text{Modalidades_dia}_{(k,j)}}^N \sum_J^M \text{Modalidades}_{(K)} * X_{(I,J,K)} \geq \text{Min_Medias_Horas} ; \forall_I \quad (14)$$

La restricción de la ecuación (14), garantiza que un conductor realice un mínimo número de horas en la semana dependiendo del tipo de turno y se éste está habilitado en el día.

$$\sum_{K \in \text{Modalidades_dia}(k,j)}^N \sum_J^M \text{Modalidades}_{(K)} * X_{(I,J,K)} \leq \text{Max_Medias_Horas}; \forall_I \quad (15)$$

La restricción de la ecuación (15), garantiza que un conductor realice un máximo número de horas en la semana dependiendo del tipo de turno y si está habilitado en el día evaluado. Además garantiza que realice máximo 6 días de trabajo a la semana.

$$\sum_J X_{(I,J,K)} \leq 3; \forall_I, \forall_K = Tn \quad (16)$$

La ecuación (16), garantiza que un conductor realice máximo tres (3) turnos nocturnos con el objetivo de realizar un equilibrio por el mayor peso que tiene este turno en el recargo establecido en la legislación laboral. Se debe tener en cuenta que el valor de Tn dependerá del último turno que resulte del modelo de generación de turnos que incluya en su rango el periodo del 36 al 40.

$$X_{(I,S,K)} + X_{(I,D,K)} \leq 1; \forall_I, \forall_K \quad (17)$$

La restricción (17), garantiza que un conductor durante el mes de trabajo al menos descanse un domingo. El subíndice S representa el día sábado y el D el día domingo.

$$X_{(I,J,Tn)} + X_{(I,J+1,T1)} \leq 1; \forall_I \forall_J \quad (18)$$

La restricción (18), es una ecuación de consecutividad en la cual no se permite que luego de realizar el último turno Tn en el día presente al siguiente día realice el primer turno T1. Se debe tener en cuenta que el valor de Tn en el día presente dependerá del último turno que resulte del modelo de generación de turnos que incluya en su rango el periodo del 36 al 40.

4 DESARROLLO DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN DEL MODELO

Para desarrollar el modelo matemático de generación de turnos se plantea un algoritmo basado en una estrategia *Branch & Price* con generación de columnas. El objetivo de la estrategia es mejorar la solución a través de un proceso de iterativo teniendo en cuenta la satisfacción de las restricciones del modelo en programación lineal. A continuación se describirán los pasos desarrollados por el algoritmo:

1. Al inicio del algoritmo, las matrices A_{IJ} y B_{IJ} están definidas con lo cual el procedimiento inicia con un subconjunto de turnos posibles para el problema. Estos turnos a partir del modelo de generación de columnas son evaluados por el modelo de programación con las respectivas restricciones, y del cual se obtendrá una solución inicial factible.
2. Con la solución factible encontrada, se construye un conjunto de columnas teniendo en cuenta una columna inicial $A_0 = \{a_{IJ}: i \in T, j \in J\}$, la cual es una solución factible del problema de programación lineal. El conjunto inicial A_0 , es la matriz que representa una solución inicial con un conjunto de turnos validos y una matriz de descanso con los valores definidos en el modelo $B = \{b_{IJ}: i \in T, j \in J\}$, y el vector de costo $C_j; j \in J$.
3. Usando el método simplex, se resuelve las restricciones del problema maestro planteado en el modelo:

$$\begin{aligned} & \text{Min } C^T X \\ & \text{s. a. } p \leq Ax \leq q \\ & \quad r \leq Bx \leq s \\ & X_j \geq 0, \quad \forall j \in J^* \end{aligned}$$

4. Usando las variables duales encontradas del problema lineal inicial u_1^*, u_2^*, w_1^* y w_2^* , se realiza el cálculo de los valores para la generación de las nuevas columnas:

$$\begin{aligned} W_p[i, j] &= \sum_{t=i}^j [(u_1^*)_t + (u_2^*)_t] , \quad \forall i, j \in T \\ B_p[i, j] &= \sum_{t=i}^j [(w_1^*)_t + (w_2^*)_t] , \quad \forall i, j \in T \end{aligned}$$

5. Luego de obtener el resultado, se resuelve el subproblema en el algoritmo encontrando una columna N que represente un turno válido con un valor reducido del costo. Si el turno no es válido esto quiere decir que no existe una reducción del costo, el algoritmo seguirá al punto 6. De lo contrario, la nueva columna N es ingresada a la matriz A . Seguidamente, el nuevo conjunto será $A = (A, N), J' = J \cup \{\text{turno nuevo}\}$ y se construye una nueva solución sobre la base de una nueva matriz de descanso B y un vector de costo c definido en la programación de turnos del algoritmo. El algoritmo se devuelve al paso 2 hasta repetir las iteraciones deseadas en el mismo.

Para encontrar el mejor turno posible teniendo en cuenta las matrices de trabajo y descanso, el costo de todos los posibles turnos es evaluado a partir del tipo de turnos que se han programado en el algoritmo en GAMS para ser asignado al nuevo grupo. Actualmente, en el algoritmo existe la posibilidad de crear cuatro (4) tipos de turnos de la siguiente manera:

- Turno con una duración entre cuatro (4) y seis (6) horas de trabajo y un descanso de 30 minutos que puede iniciar entre la segunda hora trabajada y terminar luego de la tercera hora del intervalo del turno.
 - Turno con una duración entre seis (6) y siete (7) horas de trabajo y un descanso de 30 minutos que puede iniciar entre la tercera hora trabajada y terminar luego de la quinta hora del intervalo del turno.
 - Turno con una duración entre seis (7) y ocho (8) horas de trabajo y un descanso de 30 minutos que puede iniciar entre la cuarta hora trabajada y terminar luego de la quinta hora y media del intervalo del turno.
 - Turno con una duración mayor a ocho (8) horas de trabajo y un descanso de 30 minutos, donde el primer descanso puede iniciar entre la tercera hora y media trabajada y terminar luego de la quinta hora del intervalo del turno.
6. Resuelva el problema maestro con los turnos asignados:

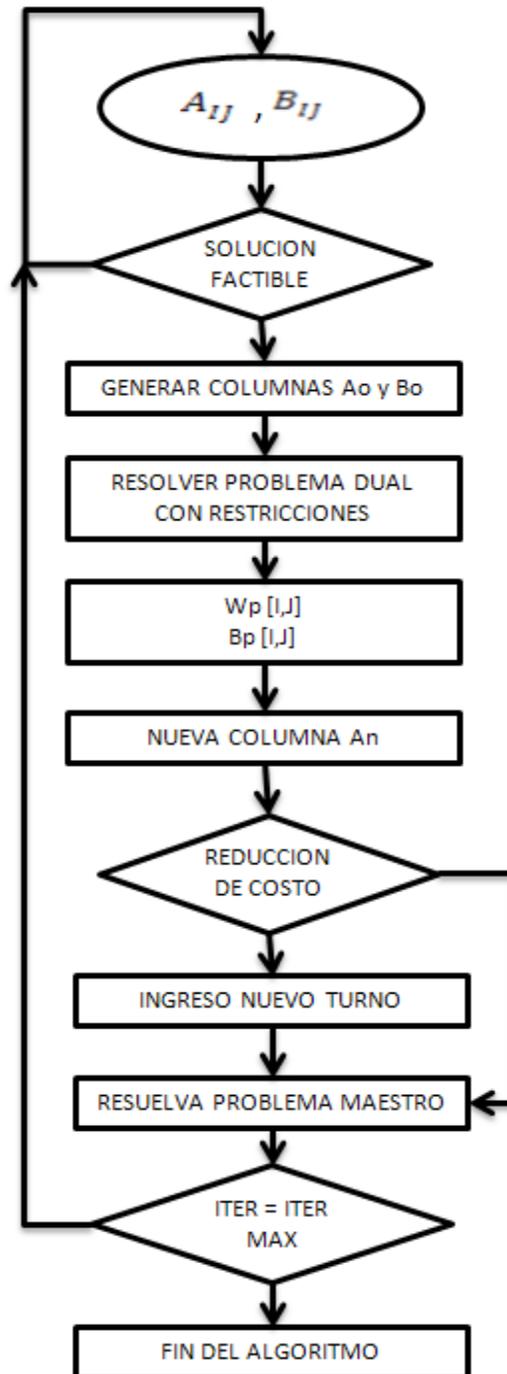
$$\begin{aligned}
 & \text{Min } C^T X \\
 & \text{s. a. } p \leq Ax \leq q \\
 & \quad r \leq Bx \leq s \\
 & X_j \geq 0, \quad \forall_j \in J^*
 \end{aligned}$$

7. Luego de crear el turno y ser asignado como una nueva solución se realizará una reducción del costo de la función objetivo evaluando el tipo de turno escogido por el algoritmo previamente planteado en los pasos anteriores. Este ciclo de evaluación permite disminuir el costo ya que el algoritmo realiza las iteraciones necesarias para eliminar turnos ya

predefinidos y establecer nuevos que permitan mejorar el número de conductores por periodo y minimización de la función objetivo.

8. Luego de realizar las iteraciones predefinidas en el modelo matemático, el algoritmo termina entregando la mejor solución posible con una reducción del costo a la solución inicial.

Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de solución.



Fuente: Autoría Propia

En el siguiente pseudocódigo se describe el algoritmo *Branch & Price* utilizado para el desarrollo del modelo de generación de turnos, teniendo en cuenta las restricciones de programación que se tienen el software GAMS:

Algoritmo 1: Branch & Price

INPUT: X.L. Inicial

OUTPUT: X.L. con nuevo costo

```
1: // Inicialización
2: iteración = 0;
3: While iteración ≤ iteración_max;
4: Sea X.L. la solución inicial de la Programación Lineal Relajada,
5: // Elección de nuevo turno según los turnos programados, ramas
6: Generar subproblema
7: While horas_nuevo_turno ≥ 16;
8: Costo_nuevo = costo_actual - 1;
9: Nuevo_turno = horas_nuevo_turno + descanso nuevo;
10: end while
11: While horas_nuevo_turno ≥ 12 and horas_nuevo_turno < 16;
12: Costo_nuevo = costo_actual - 1;
13: Nuevo_turno = horas_nuevo_turno + descanso nuevo;
14: end while
15: While horas_nuevo_turno ≥ 8 and horas_nuevo_turno < 12;
16: Costo_nuevo = costo_actual;
17: Nuevo_turno = horas_nuevo_turno + descanso nuevo;
18: end while
19: if Nuevo_turno ≥ 16;
20: costo_nuevo = costo_actual - 2; else
21: if Nuevo_turno ≥ 12 and Nuevo_turno < 16;
22: costo_nuevo = costo_actual - 1; else
23: if Nuevo_turno ≥ 8 and Nuevo_turno < 12;
24: costo_nuevo = costo_actual;
25: end if
26: if Nuevo_turno es escogido
27: Actualizar X.L con costo_nuevo
28: end if
29: iteración ≠ iteración_max;
30: Volver al paso 4
31: End While
32: //Mejor solución encontrada, Pricing
```

4.1 RESULTADOS Y ANALISIS

A partir del modelo matemático desarrollado para la generación de turnos y con base en el algoritmo planteado, se decide realizar una simulación con turnos de ocho (8) horas teniendo como base la demanda establecida por periodo, el número de personas máximo trabajando en un periodo determinado y el mínimo de personas descansando en un periodo habilitado para dicha tarea. Este modelo es planteado bajo el lenguaje de programación del software de modelamiento algebraico GAMS en su versión 21.1 y el algoritmo desarrollado en estructura de C++ adaptado a la sintaxis del software. La simulación se desarrolló en un equipo de cómputo con procesador AMD Turión 64 y memoria RAM de 4 Gigabytes. El tiempo de simulación del modelo de generación tiene una ejecución menor a un minuto con una respuesta óptima, sin embargo el modelo de rotación y asignación de turnos tiene una duración de simulación de diez minutos promedio, el cual se incrementa dependiendo del número de variables a solucionar con una respuesta óptima. Es importante resaltar que bajo motores de simulación de NEOS Solver el modelo de asignación y rotación tiene un tiempo de ejecución menor a tres minutos.

A continuación, en la tabla 2, se muestra el resultado obtenido de la simulación del algoritmo para una configuración de turnos de ocho (8) horas y la demanda establecida en la tabla 1, de la cual se puede concluir que se cumple con la demanda de conductores requeridos por periodo y se obtiene el posible número de empleados tomando descanso en un periodo habilitado de la matriz B_{IJ} . El total de conductores a utilizar para un día ordinario es de 44, con un número máximo de once (11) conductores descansando en los periodos habilitados para cada turno. Para esta configuración el costo de la función objetivo es de 704, este resultado expresa la sumatoria total de medias horas realizadas por todos los conductores para un día ordinario.

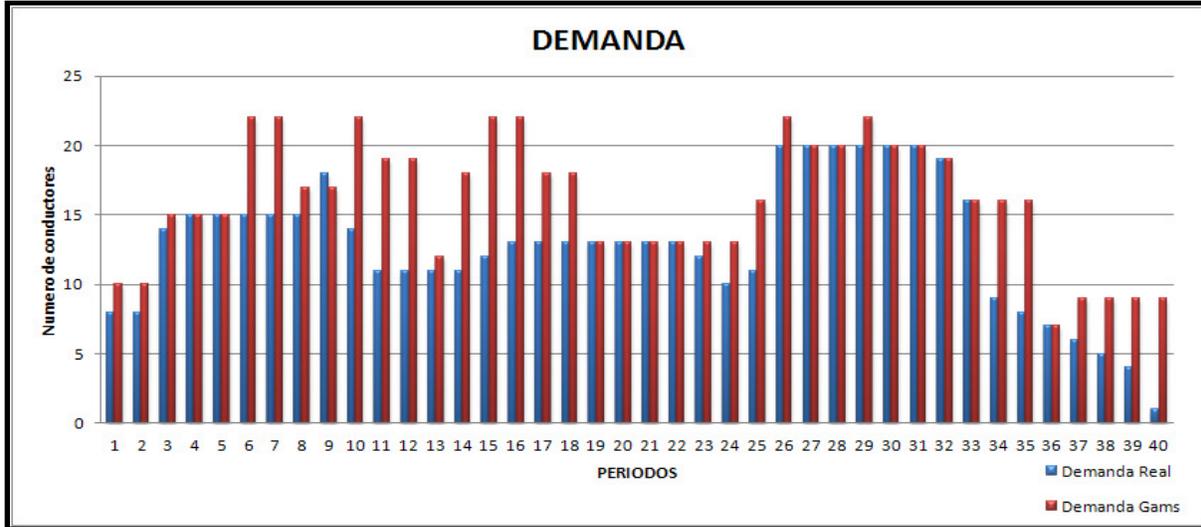
Tabla 2. Programación de turno de ocho (8) horas (Iteración =1)

| PERIODO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | | | |
|------------|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|
| DEMANDA | 8 | 8 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 18 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 10 | 11 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 19 | 16 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 | | | | |
| T1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T2 | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T3 | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T5 | | | | | | | | | | | | | | | | | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | | | | | | | | |
| T6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | | |
| T7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| T8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DESCANSO | | | | | | | | 4 | 8 | | | | | | 10 | 9 | | | | | | | 9 | 11 | | | | 2 | 2 | | | 2 | 3 | | | | | | | | | | |
| TOTAL ASIG | 8 | 8 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 18 | 14 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 12 | 13 | 20 | 20 | 13 | 13 | 21 | 21 | 12 | 10 | 22 | 22 | 20 | 22 | 22 | 20 | 19 | 16 | 16 | 16 | 16 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | | |
| TOTAL COND | 44 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fuente. Autoría Propia

En la figura 6 se realiza una gráfica de comparación de la demanda de conductores en cada periodo con el resultado de la simulación del modelo matemático. Cabe resaltar que el algoritmo tiene una sola iteración para la búsqueda de nuevos turnos.

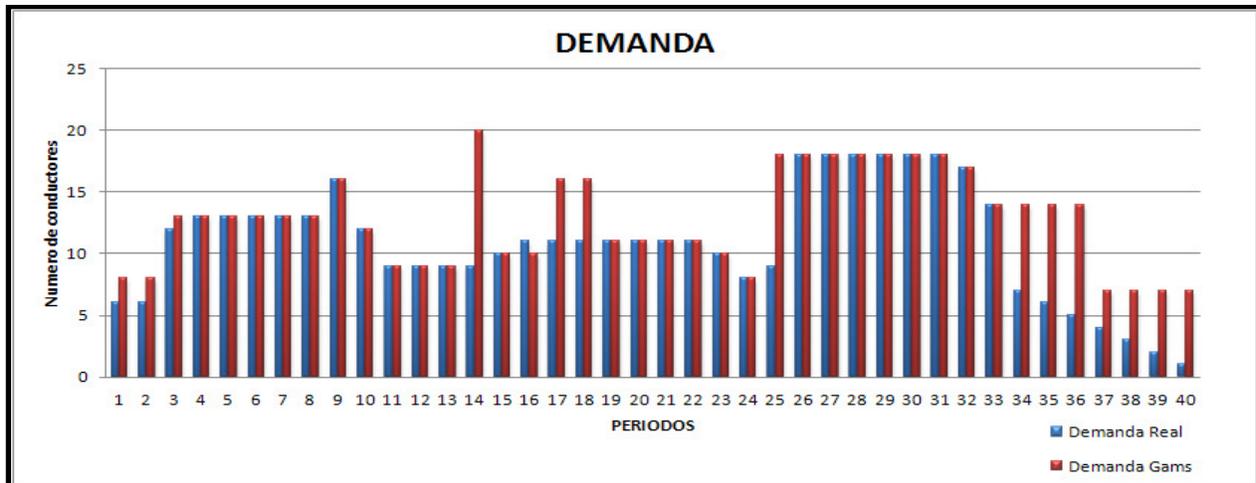
Figura 6. Resultado de Algoritmo con una Iteración = 1



Fuente: Autoría Propia

Teniendo en cuenta que la solución del modelo es factible, se decide realizar cambios en el valor de la demanda para verificar la adaptabilidad del algoritmo a diferentes variaciones de ésta. Esto con el objetivo de comprobar que la investigación desarrollada es una herramienta capaz de entregar soluciones según los requerimientos de la empresa de transporte para cualquier día de la semana o demandas con gran variación. En la tabla 3, se observa el comportamiento de la asignación para una disminución del 10% de la demanda, además, en la figura 7 se muestra una comparación entre la demanda real y la solución obtenida para este caso.

Figura 7. Resultado de Algoritmo con variación de la demanda (Iteración=1)



Fuente: Autoría Propia

Tabla 3. Programación de turno de ocho (8) horas con disminución de la demanda (Iteración =1)

| PERIODO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | | | | |
|------------|-----------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|
| DEMANDA | 6 | 6 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 16 | 12 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 10 | 8 | 9 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 17 | 14 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | | | | |
| T1 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T2 | | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T5 | | | | | | | | | | | | | | | | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | | | | | | | | | | | |
| T6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | |
| T7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| T8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T9 | | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DESCANSO | | | | | | | | 4 | 8 | 11 | 11 | 11 | | | 10 | 10 | | | | | | | | 1 | 3 | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | |
| TOTAL ASIG | 8 | 8 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 16 | 12 | 9 | 9 | 9 | 9 | 20 | 10 | 10 | 16 | 16 | 11 | 11 | 11 | 10 | 8 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 17 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 7 | 7 | 7 | 7 | | |
| TOTAL COND | 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fuente: Autoría Propia

En la tabla 4, se puede observar el comportamiento del algoritmo con el incremento de la demanda en un 10% y manteniendo la configuración de turnos de ocho horas. Para esta configuración obtenemos un valor de la función objetivo de 800.

Tabla 4. Programación de turno de ocho (8) horas con incremento de la demanda (Iteración =1)

| PERIODO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | | | | | |
|------------|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| DEMANDA | 10 | 10 | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 18 | 16 | 13 | 13 | 13 | 13 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 14 | 12 | 13 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 22 | 21 | 18 | 11 | 10 | 8 | 4 | 7 | 6 | 2 | | | | | |
| T1 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T2 | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T3 | | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T5 | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | |
| T6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | |
| T7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | |
| T8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DESCANSO | | | | | | | | | 6 | 8 | | | | | 10 | 9 | | | | | | | | | 9 | 11 | | | 4 | 4 | | | 4 | 5 | | | | | | | | | | | |
| TOTAL ASIG | 10 | 10 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 18 | 16 | 24 | 24 | 24 | 24 | 14 | 15 | 22 | 22 | 15 | 15 | 23 | 23 | 14 | 12 | 26 | 26 | 22 | 22 | 26 | 26 | 22 | 21 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 10 | 10 | 10 | 10 | | | | |
| TOTAL COND | 50 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fuente: Autoría Propia

A partir de la modificación de la demanda en el modelo de generación de turnos, se puede concluir que el algoritmo es capaz de entregar soluciones factibles teniendo en cuenta el número máximo de personas que pueden estar trabajando o descansado para un determinado periodo. A continuación en la tabla 5, se hará un resumen de los resultados obtenidos por cada simulación.

Tabla 5. Cuadro comparativo de variación de la demanda

| ALGORITMO DE GENERACIÓN DE TURNOS | | | | | |
|--|------------------------|----------------------------|------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| ITEM | TIPO DE TURNO | COSTO DE F.OBJETIVO | NUMERO DE CONDUCTORES | NUMERO DE TURNOS | MAXIMO CONDUCTORES DESCANSANDO |
| 1 | DEMANDA REAL | 704 | 44 | 6 | 9 |
| 2 | DISMINUCIÓN DE DEMANDA | 580 | 38 | 6 | 11 |
| 3 | INCREMENTO DE DEMANDA | 800 | 50 | 6 | 11 |

Fuente: Autoría Propia

Uno de los pasos del algoritmo es la búsqueda de nuevos turnos que permitan minimizar el costo de la función objetivo. Teniendo en cuenta esta característica, se ha desarrollado una simulación con un número máximo de cinco (5) iteraciones para observar el comportamiento de la asignación por periodo y buscar una disminución de costo de la función objetivo. A continuación, se puede observar en la tabla 6, el número de conductores asignados por periodo para una simulación que tiene preestablecido turnos de ocho horas con un intervalo de descanso entre la tercera y cuarta hora. Como resultado, se obtiene el cumplimiento de la demanda requerida por periodo con un total de treinta y ocho (38) conductores asignados para un día ordinario y con número máximo de nueve (9) conductores descansando en los periodos habilitados para cada turno. A partir de esta simulación, el costo de la función objetivo es de 582 generando una reducción del 18% con respecto a la solución obtenida con una sola iteración del algoritmo.

Cabe resaltar que luego de realizada la simulación se decidió incrementar el número de iteraciones del algoritmo para verificar si existía una disminución de la función objetivo, obteniendo como resultado el mismo valor para una iteración de diez (10) y veinte (20) veces, por lo tanto, se decide realizar los análisis para un máximo de cinco (5) iteraciones del algoritmo.

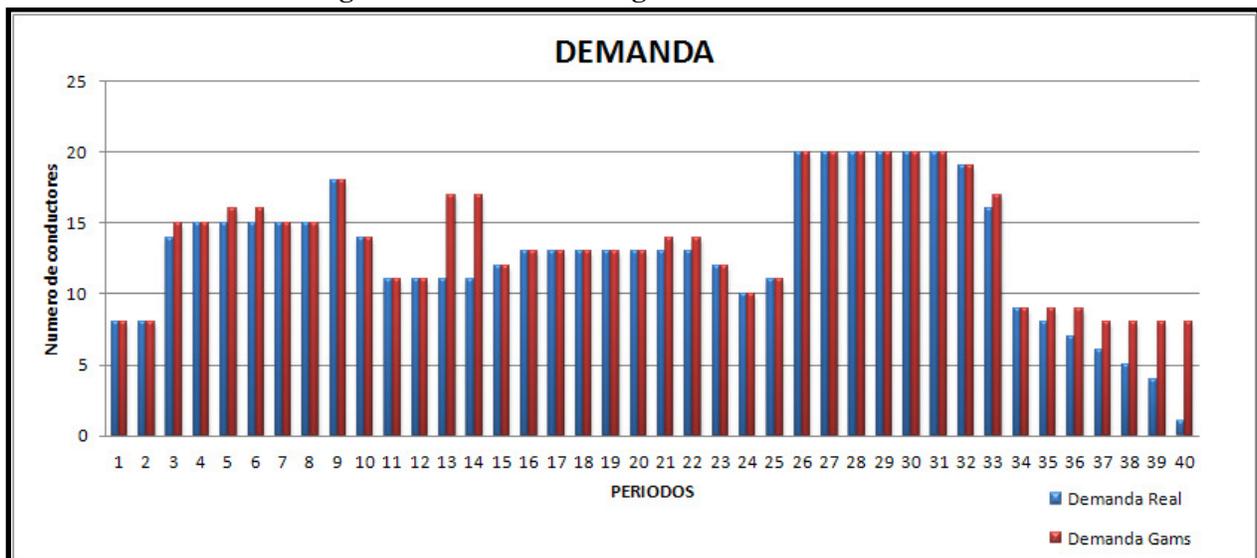
Tabla 6. Programación de turno de ocho (8) horas (Iteración =5)

| PERIODO | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | | | | |
|-----------|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|
| DEMANDA | 8 | 8 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | 18 | 14 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 10 | 11 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 19 | 16 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 1 | | | | |
| T1 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T2 | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T3 | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | | | | | | | | | | |
| T6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| T7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| T8 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| T9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | |
| T10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DESCANSO | | | | | | 1 | 1 | | | 3 | 6 | 6 | | | 5 | 4 | | | 1 | | | | 2 | 4 | 9 | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | |
| TOTALASIG | 8 | 8 | 15 | 15 | 16 | 16 | 15 | 15 | 18 | 14 | 11 | 11 | 17 | 17 | 12 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 14 | 14 | 12 | 10 | 11 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 19 | 17 | 9 | 9 | 9 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | |
| TOTALCOND | 38 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fuente. Autoría Propia

En la figura 8, se realiza una gráfica de comparación del número deseado de conductores en cada periodo con el resultado de la simulación del modelo matemático con una iteración igual a cinco, donde se observa la efectividad del algoritmo al asignar de manera más exacta la cantidad de conductores por periodo.

Figura 8. Resultado de Algoritmo con Iteración = 5



Fuente: Autoría Propia

Asimismo, como resultado de la iteración del algoritmo, se puede observar el comportamiento de la función objetivo del modelo al realizar las diferentes iteraciones. El costo de la función objetivo disminuye hasta alcanzar el punto óptimo donde no se encuentra una mejor combinación posible para la generación de turnos, a continuación, en la figura 9 se muestra el comportamiento de lo expresado.

Figura 9. Análisis de comportamiento del resultado de la función objetivo.



Fuente: Autoría Propia

A partir de los resultados obtenidos en el modelo de generación de turnos y teniendo en cuenta que la solución del algoritmo con un número de cinco iteraciones concibe el mejor valor de la función objetivo, se genera una tabla con los datos del número de turnos generados y la cantidad de conductores por cada uno de los mismos para ser un parámetro del modelo de rotación. Con esta información, se realiza la simulación del modelo matemático en GAMS para generar la asignación y rotación con turnos de una duración de ocho horas promedio. Los datos obtenidos en la simulación del algoritmo *Branch & Price* son para un día ordinario, por lo tanto se hará una suposición de que la cantidad de conductores para un fin de semana disminuye en un 30% de la demanda, esto con el objetivo de no realizar otro algoritmo para ajustar la demanda para dicho periodo de la semana. Esta información se puede observar en la siguiente tabla:

Tabla 7. Demanda requerida para turnos de ocho horas

| DIAS | DEMANDA DE CONDUCTORES POR TURNO | | | | | | | | |
|-----------|----------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | T7 | T8 | T9 |
| LUNES | 7 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| MARTES | 7 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| MIÉRCOLES | 7 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| JUEVES | 7 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| VIERNES | 7 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 | 1 | 8 | 1 |
| SÁBADO | 6 | 4 | 2 | 2 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |
| DOMINGO | 6 | 4 | 2 | 2 | 1 | 5 | 1 | 5 | 1 |

Fuente: Autoría Propia

Al realizar la simulación del modelo de rotación y asignación de conductores, el valor obtenido de la función objetivo es de 6,9, lo cual nos indica que existe un incumplimiento de las restricciones en un 6,9% de las veces, esto puede suceder debido a que se necesita cumplir con la demanda exacta para un turno en específico, y en caso de no ser así no se podrá realizar el cubrimiento de todos los turnos del modelo anterior.

A continuación, se toma la información del resultado de la simulación del modelo de asignación y rotación generado por GAMS, a una tabla de Excel para a través de una macro realizar un cuadro que agrupe los conductores asignados a los diferentes turnos en un día específico. En la siguiente tabla se puede observar el resultado global del modelo matemático, donde se observan los conductores que estarán en los diferentes turnos cada día de la semana.

Tabla 8. Resultado de la simulación del modelo de rotación en GAMS

| ROTACIÓN | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t7 | t8 | t9 |
|----------|---|---|-----------|-------------------|------|---|------|--|------|
| L | c1, c4, c6, c9, c11, c30, c32, | c2, c12, c17, c18, c22, c23, c34, | c37, c38, | c24, c29, c36, | c28, | c3, c15, c16, c20, c21, c27, c31, c39, | c33, | c7, c10, c13, c14, c25, c26, c35, c40, | c19, |
| M | c1, c4, c17, c30, c34, c36, c40, | c7, c18, c23, c24, c31, c37, c39, | c10, c33, | c8, c28, c38, | c16, | c2, c5, c6, c9, c14, c21, c22, c32, | c26, | c12, c13, c19, c20, c25, c27, c29, c35, | c15, |
| Mi | c4, c16, c17, c26, c30, c34, c40, | c7, c10, c25, c29, c33, c36, c38, | c6, c9, | c5, c15, c24, | c2, | c1, c11, c21, c23, c28, c31, c35, c37, | c12, | c3, c13, c14, c18, c19, c22, c32, c39, | c8, |
| J | c4, c6, c9, c15, c30, c33, c36, | c7, c14, c18, c23, c32, c35, c37, | c21, c22, | c3, c8, c12, | c1, | c5, c10, c16, c20, c29, c31, c34, c40, | c24, | c11, c17, c19, c25, c26, c27, c28, c38, | c13, |
| V | c7, c9, c21, c24, c30, c32, c33, | c4, c8, c12, c28, c29, c38, c40, | c3, c15, | c17, c18, c20, | c22, | c1, c11, c14, c16, c23, c34, c36, c39, | c31, | c2, c5, c6, c13, c19, c25, c26, c37, | c27, |
| S | c4, c10, c19, c26, c31, c32, | c8, c20, c21, c39, | c5, c11, | c13, c30, | c27, | c1, c9, c34, c35, c40, | c16, | c2, c3, c6, c23, c36, | c25, |
| D | c3, c7, c15, c29, c33, c38, | c13, c14, c17, c27, | c10, c35, | c2, c25, | c28, | c5, c8, c11, c22, c24, | c19, | c12, c18, c20, c37, c39, | c26, |

Fuente: Autoría Propia

Los resultados obtenidos en comparación con el sistema de asignación desarrollado cumplen con las necesidades de la operación pero además permiten mejorar la eficiencia del área de planificación, ya que en el momento de desarrollo de la investigación no existía una configuración determinada de turnos y la asignación era desarrollada semanalmente de manera manual. Es importante resaltar que la efectividad del modelo presentado se puede únicamente comprobar con la implementación del mismo en la operación. A continuación en la tabla 9 se realizará una comparación entre el sistema actual y el resultado de la investigación.

Tabla 9. Relación entre resultados del modelo y programación real

| CUADRO COMPARATIVO DE MODELO VS PROGRAMACIÓN REAL | | | |
|--|---------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| ITEM | DESCRIPCIÓN | PROGRAMACIÓN REAL | RESULTADO DE INVESTIGACIÓN |
| 1 | Número de turnos a utilizar | 14 | 3 |
| 2 | Minima cantidad de horas a trabajar | 3 | 4 |
| 3 | Máxima cantidad de horas a trabajar | 11 | 8 |
| 4 | Número de conductores a utilizar | 45 | 38 |
| 5 | Número de conductores en ultimo turno | 10 | 8 |

Fuente: Autoría Propia

Como se puede evidenciar el desarrollo de la investigación mejora el número de conductores a utilizar, tipo y número de turnos, así como la cantidad de horas máximas a conducir por cada trabajador. Por lo tanto, el modelo proporciona un mejoramiento del 70% de las actividades propias de la planeación para la generación, asignación y rotación de conductores para una semana, las cuales van a representar un mejoramiento en la eficiencia del servicio y de la operación del sistema.

5 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Con base en los resultados obtenidos de la simulación de los modelos matemáticos en GAMS y teniendo en cuenta la versatilidad del algoritmo *Branch & Price* para mejorar el resultado obtenido, se establecieron unos parámetros para comparar qué alternativa permitirá a la operación de transporte mejorar la eficiencia y los costos asociados.

5.1 Tipos de turno

La estrategia se basó en evaluar cuál es la alternativa que genera el mejor costo al implementar diferentes tipos de turnos válidos para la normativa legal vigente laboral, los cuales pueden variar en las longitudes de horas y las combinaciones posibles a partir de la generación de nuevos turnos por el algoritmo *Branch & Price*. A continuación se mencionan las cuatro alternativas de turnos planteadas para realizar el respectivo análisis de sensibilidad:

- Crear un modelo con turnos de ocho (8) horas hábiles de trabajo por conductor y un descanso cada cuatro horas de conducción.
- Crear un modelo con turnos de siete (7) horas hábiles de trabajo por conductor y un descanso que puede oscilar entre la tercera y cuarta hora de conducción.
- Crear un modelo con turnos de seis (6) horas hábiles de trabajo por conductor y un descanso que puede oscilar entre la segunda y cuarta hora de conducción.
- Crear un modelo con turnos de nueve (9) horas hábiles de trabajo por conductor y un descanso que puede oscilar entre la tercera y cuarta hora y media de conducción.

Con estas nuevas modalidades para generación de turnos, se realizó la simulación para cada una y se analizaron los resultados obtenidos. Se debe tener en cuenta que para cada caso se mantendrá la misma demanda, no se realizará ningún cambio al algoritmo *Branch & Price*, se realizarán los ajustes sobre la cantidad de conductores descansando en un periodo habilitado para dicha tarea y cada simulación se hará máxima de cinco iteraciones. A continuación, se describen en la tabla 10 los resultados obtenidos por cada simulación desarrollada en GAMS en la cual se resaltarán los datos más relevantes para dicha comparación.

Tabla 10. Resultados de la variación del modelo de generación de turnos

| ALGORITMO DE GENERACIÓN DE TURNOS | | | | | |
|--|----------------------|----------------------------|------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| ITEM | TIPO DE TURNO | COSTO DE F.OBJETIVO | NUMERO DE CONDUCTORES | NUMERO DE TURNOS | MAXIMO CONDUCTORES DESCANSANDO |
| 1 | TURNOS DE 8 HORAS | 582 | 38 | 8 | 9 |
| 2 | TURNOS DE 7 HORAS | 675 | 48 | 8 | 12 |
| 3 | TURNOS DE 6 HORAS | 638 | 53 | 10 | 12 |
| 4 | TURNOS DE 9 HORAS | 687 | 41 | 6 | 13 |

Fuente: Autoría Propia

Con base en la tabla se puede concluir que los mejores resultados se obtienen bajo una estructura de turnos de ocho (8) horas del cual se alcanza el mejor valor obtenido por el modelo y una mínima cantidad de conductores que permiten tener una mejor asignación y rotación de turnos en para la operación del sistema. Cabe resaltar que la opción de turnos de nueve horas permite tener una mínima cantidad de turnos y un número no muy elevado de conductores, sin embargo un mayor número de periodos por turno hace que el valor de la función objetivo se afecte con un porcentaje de desviación de 16% sobre la opción de ocho horas.

Es importante tener en cuenta que el código sustantivo laboral en el Título VI del capítulo II en el artículo 161 párrafo *d.*, menciona en que un trabajador solo puede realizar un máximo de cuarenta y ocho (48) horas semanales de trabajo, bajo este concepto se debe evaluar los criterios de los diferentes turnos a desarrollar teniendo en cuenta que se debe pagar como mínimo un salario mínimo mensual vigente legal. No obstante, cabe resaltar que estas tipologías son la más utilizadas en las diferentes empresas de bienes y servicios en el ámbito nacional. Además a medida que se avance en la generación de nuevos turnos es necesario registrar al ministerio de trabajo las modalidades a utilizar para dicha labor.

A partir de este resultado se puede realizar una comparación entre la tipología de turnos de ocho horas y el tipo de asignación que se realiza actualmente. Básicamente se realizará el análisis económico de pago de salarios teniendo en cuenta que en el momento de inicio de la investigación la empresa cuenta con cuarenta y cinco (45) conductores para cubrir la demanda del sistema sin una configuración específica de turnos, a partir de esta información se realizarán todos los cálculos económicos los cuales tendrán como base el salario mínimo mensual vigente legal y su respectivo subsidio transporte. El cálculo de los recargos se realizará sobre la base de la asignación que se tiene para los cuarenta y cinco (45) conductores, de todas maneras es un cálculo aproximado teniendo en cuenta que no se conocen las horas extras reales de los conductores en un mes.

Tabla 11. Comparativo costo de modalidad de ocho horas y costo actual

| COSTO DE NOMINA DE CONDUCTORES | | | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------|---------------|
| DESCRIPCIÓN | SALARIO MINIMO | SUBSIDIO DE TRANSPORTE | NUMERO DE CONDUCTORES | COSTO DE SALARIO BASE | COSTO DE RECARGOS | TOTAL |
| COSTO ASIGNACIÓN ACTUAL | \$ 589.500 | \$ 70.500 | 45 | \$ 29.700.000 | \$ 1.730.183 | \$ 32.090.228 |
| COSTO MODELO DE ASIGNACIÓN | \$ 589.500 | \$ 70.500 | 38 | \$ 25.080.000 | \$ 1.633.898 | \$ 27.373.936 |

Fuente: Autoría Propia

En la anterior tabla se muestra el comparativo realizado entre la planta actual de cuarenta y cinco (45) conductores y los treinta y ocho (38) que se necesitan según los resultados obtenidos por el modelo, lo cual genera un ahorro del 18%; por lo tanto, la solución propuesta genera una disminución en el costo operativo el cual es de gran impacto para los costos fijos de la operación y que en gran medida es uno de los factores a controlar para mejorar la rentabilidad de cualquier compañía de transporte. Es importante tener en cuenta que la disminución en el número de conductores no necesariamente implica prescindir de sus labores, por ende con estos empleados se podrá realizar el cubrimiento de la demanda en caso de incremento del servicio prestado en cualquier hora del día. Además, con esta alternativa se tiene la opción de brindar capacitaciones para crecimiento profesional de los conductores, desarrollo de nuevas rutas en caso de ser necesario, establecimiento de plan de vacaciones para el grupo de trabajadores y atención de servicio al cliente en las estaciones del sistema para evaluación del servicio prestado.

En caso de requerir un sistema con un mayor número de conductores la opción con turnos de seis (6) horas permite realizar un cubrimiento igual de la demanda con un mejor sistema de descanso para los conductores entre sus horas laboradas y con un mejoramiento en la eficiencia operativa. Esta alternativa es viable ya que permite cubrir mayor demanda en caso de ser necesario, desarrolla turnos que permitirá a los conductores realizar procesos de capacitación para crecimiento profesional y además es una oportunidad para generación de empleo, punto a favor para una compañía en sus indicadores de sostenibilidad empresarial.

6 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

A continuación se plantean las principales conclusiones y perspectivas concebidas a través del proceso de investigación realizado con el objetivo de dar respuesta al problema de programación asignación y rotación de conductores para un sistema de transporte masivo.

6.1 CONCLUSIONES

El objetivo principal de la investigación es presentar un modelo que dé soporte a la toma de decisiones para el área de planeación de una empresa de transporte masivo a partir de la investigación de operaciones utilizando modelos de optimización combinatoria. El modelo desarrollado permite mejorar la eficiencia de la operación para el área de planificación, debido a que se reduce el tiempo para la programación y asignación de conductores según la demanda del sistema, al tener un método organizado y confiable para la asignación y rotación de turnos con un entregable de fácil comprensión para cada conductor.

A partir de la metodología de investigación desarrollada, se logró estructurar el problema de asignación de turnos en dos fases con el objetivo de facilitar la ejecución de la herramienta. La primera fase consiste en un modelo para la generación de turnos basado en generación de columnas con un algoritmo de resolución de costo *Branch & Price*, el cual entrega como resultado el tipo de turnos a desarrollar con el número de conductores necesarios para cada uno de ellos. La segunda fase de la herramienta consiste en un modelo matemático de programación lineal con las restricciones laborales de la legislación colombiana que entrega como solución la asignación y rotación para una semana de siete días considerando una reducción en la demanda del fin de semana en un 30%.

Luego de realizada la investigación sobre el estado del arte del problema de asignación y rotación de turnos de trabajo, el modelo desarrollado toma como base los planteamientos principales de las investigaciones, los cuales son el problema de cubrimiento de conjuntos y la minimización del no cumplimiento de las restricciones duras del modelo lineal para el problema de asignación y rotación. Con base en este análisis, es importante resaltar que la elaboración del modelo a través de programación lineal y generación de algoritmos de búsqueda, aprovecha la evolución de software de modelamiento para generar soluciones factibles que mejoran la calidad y tiempos de respuesta para el modelo planteado.

El proyecto tiene un entregable para el modelo de asignación y rotación de turnos, programado bajo una macro en Excel que permite al grupo de conductores establecer sus horarios de trabajo y además contabilizar el número de horas trabajadas a la semana. Este archivo solo requiere de la solución generada por el software GAMS del modelo de asignación y rotación para ser ingresado a una hoja de cálculo de la macro donde es organizado y tabulado.

Como resultado de la investigación, se entrega una propuesta de reducción de costo a partir de la realización de turnos de ocho horas con una cantidad asignada de treinta y ocho (38) conductores para una semana con su respectivo sistema de horas de trabajo y descanso. Esta propuesta genera un ahorro del 18% del costo de nómina operativa y además la facilidad de tener siete (7) conductores extras para cubrir la demanda en casos de incremento súbito de la misma, vacaciones y/o incapacidades del grupo de conductores de buses articulados, y además conductores habilitados para manejar en caso de ser necesario rutas alimentadoras.

El mejoramiento en la asignación y rotación de turnos de trabajo, va a permitir a los conductores desarrollar de manera más eficiente su operación diaria, evitar enfermedades profesionales al tener un horario con sus respectivos tiempos de descanso, mantener la seguridad y confiabilidad del sistema, realizar cursos de capacitación y/o programas de profesionalización que implican un crecimiento en el desarrollo profesional y muy posiblemente mejoramiento en su ingreso salarial. Además, contará con mayor tiempo libre para compartir con su familia lo cual permite a cualquier empresa y a la sociedad contar con conductores de una gran responsabilidad social.

6.2 PERSPECTIVAS

En la investigación se desarrolló todo el proceso de generación, asignación y rotación de conductores conforme a la información del sistema troncal sin tener en cuenta las rutas alimentadoras de la operación. Como investigación futura se plantea integrar las dos operaciones para generar un modelo que abarque todo el proceso de planeación y asignación de conductores para el sistema de transporte masivo.

Como futura investigación se plantea revisar una formulación de programación no lineal para ser desarrollada a partir de métodos metaheurísticos con el objetivo de realizar una comparación entre los resultados obtenidos por el modelo planteado en la investigación realizada en este proyecto y los obtenidos a partir del nuevo modelo y medir la eficiencia computacional del problema de asignación y rotación de turnos.

Desarrollar una interfaz computacional que sea capaz, a partir de la información de la demanda, de simular y organizar cada uno de los resultados obtenidos por la metodología planteada, para ser almacenados en una macro de Excel y realizar el cálculo del tiempo trabajado por cada uno de los conductores. Además tener un estadístico que permita evaluar la eficiencia del sistema con las diferentes configuraciones desarrolladas semanalmente.

Bibliografía

- Bakarcic, D., & Di Piazza, G. (2012). Ruteo de vehículos y asignación de conductores: un enfoque combinado. Tesis de Licenciatura, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, Argentina.
- Burke, D., Causmaecker, P., & Soubega, E. (2012). A hybrid Tabu Search Algorithm for the nurse rostering problem. Department of Computer Science, University of Nottingham, University Park, Nottingham, Nottingham, UK.
- Cappanera, A., & Gallo, G. (2004). A Multicommodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem. *Operations Research*, Volumen 52, 583 - 596.
- Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P., & Vigo, D. (1995). Modeling and Solving the Crew rostering problem. *Technical Report Dipartimento di Elettronica Informatica e Sistemica*, Bologna, Italia.
- Código Sustantivo del Trabajo y Código Procesal del Trabajo y de la Seguridad Social (2012). 30ª Edición. Legis.
- Collier, D., & James, E. (2009). Administración de Operaciones, Bienes, Servicios y Cadena de Valor. Cengage Learning. Segunda Edición.
- Dantzig, B. (1960). A comment on edie's "traffic delays at toll booths". *Journal of the Operations Research Society of America*, Vol. 2, No. 3 (Aug., 1954), pp. 339-341.
- Daskalaki, & Birbas. (2005). Efficient Solutions for University Timetabling Problem Through Integer Programming. *European Journal of Operational Research*, Volumen 160, 106-120.
- EMBARQ. (2010). *Modernización de Transporte Público*.
- Escalpes, C. (2000). Tesis Doctoral: Asignación de conductores a jornadas de trabajo en empresas de transporte colectivo. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.
- Forsyth, P., & Wren, A (1997) An ant system for bus driver scheduling. *7th International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport Preprints*, Center for Transportation Studies, pp. 405-421.
- Fortes, A., & Peixoto, G., Um estudo de diferentes métodos de busca e a metaheurística VNS para otimizar a escala de motoristas de onibus urbano. Brasil: Artículo científico.
- Ernst, A., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., & Sier, D. (2004). Staff Scheduling and Rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operation Research*, Volumen 153, pp. 3-27.

- Freling, R. (1997). "Models and techniques for integrating vehicle and crew scheduling", *Ph.D. Thesis*. Erasmus University, Rotterdam, Nederland.
- Glover, F., & McMillan, C. (1986). The General Employee Scheduling Problem: An Integration of MS and AI. *Center for applied Artificial Intelligence, Compt & Ops. Res.* Vol. 13, No. 5, pp 563-578.
- Kwan, A. (2000). Train driver Scheduling. *Submitted in accordance with the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*, School of computer Studies, University of Leeds. Leeds, UK.
- Lee, Chi-Kang. (2000). The Integrated scheduling and rostering problem of train driver using Genetic algorithm. *Department of Transportation and Communication Management, National Cheng Kung University*. Da-Shiue Rd., Tainan, 70101Taiwan.
- Nurmi, K., Kyngas, J., & Post, G.. (2011). Driver Rostering for Bus Transit Companies. *Engeneering Letters*, 19:2:06.
- Martello, S., & Toth, P. (1986). A heuristic approach to the bus driver scheduling problem. *European Journal of the Operational Research Society*, vol. 24, n. 1, pp. 106–117.
- Mauri, G., & Lorena, L. (2010). A New Hybrid Heuristic for Driver Scheduling. *Center for Agrarian Science CCA*. Federal University of Espirito Santo UFES. Alegre, Brazil.
- Maya, P., (2008). Algoritmo de Generación de Columnas: Una revisión desde su aplicación al problema de agrupación de cupos escolares. Departamento de Ingenieria Industrial, Universidad de Antioquia. Medellin, Colombia. No 44, pp. 145-157.
- Moz, M., & Pato, M., (2007). A genetic algorithm approach to a nurse rerostering problem. *Computer & Operations Research*. Science Direct. No. 34, pp. 667-691.
- Moz, M., Respicio, A., & Pato, M., (2007). Bi-Objective Evolutionary Heuristics for Bus Drivers Rostering. *Centro de Investigación Operacional*, Working Paper/2007.
- Portugal, R., Helena, R.-L., & Paixao, J. (2006). Driver Sheduling Problem Modelling.
- Pradenas, L., Hidalgo, T., & Jensen, M., (2008). Asignación de Supervisores Forestales. Resolución Mediante un Algoritmo Tabu Search. *Revista chilena de Ingeniería*. Volumen 16, No. 3, pp. 404 - 414.
- Shen, Y; & Kwan, RS., (2001). Tabu search for driver scheduling. *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Springer-Verlag, pp.121-135.
- Sousa, J. P; Falcão, J., Guimarães, R.; Paixão, J., & Gist, M., (2000). Um Sistema de Apoio à Decisão para o Planeamento Operacional de Transportes Colectivos. *Casos de Aplicação da Investigação Operacional*, McGraw-Hill, pp. 109 –130.
- Sousa, M., Cardoso, L., Silva, G.; Rodrigues, M. & Mapa S. M., (2004). Metaheurísticas aplicadas ao Problema de Programação de Tripulações no Sistema de Transporte Público, *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 5, 12 pp. 357-368.

- Titiyevska, S. (2006). The shift scheduling problem using a branch-and-price approach. *Mathematics barchelor tesis Vrije Universiteit Amsterdam*, Amsterdam, Holanda.
- Trilling, L., Guinet, A., & Le Magny, D. (2006). Nurse Scheduling Using Integer Linear Programming and Constraint Programming . *Prisma Laboratory and Hospitale of valence CHV* , Lyon, France.
- Vera, V. A. (2010). Integrating Crew Scheduling and Rostering Problems. *Dottorato di Recersa in Automatica e Ricersa Operativa. Alma Mater Studorium Universitá in Bologna*. Bologna, Italia.
- Weider, S. (2007). Integration of vehicle and duty scheduling in public transport. *Der. Rer. nat. Thesis*. Technischen Universität Berlin, Berlin.
- Wren, A. (2004). Scheduling Vehicles and Their Drivers - Forty Years' Experience, *9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT)*, San Diego, California.
- Wren, A., Raymond, S., Kwan, K., & Kwan, A., (2000). Hybrid genetic algorithms for scheduling bus and train drivers. *University of Leeds*. United Kingdom: Article scientific.
- Wren, A., & Wren, D., (1995). A Genetic Algorithm for Public Transport Driver Scheduling, *Computer and Operations Research*, v. 22, pp. 101-110.
- Wren, A., & Rousseau, J.M. (1995). Bus driver scheduling – an overview. in: Daduna, J., Branco, I. and P. Paixao, J. (editors) *Computer-Aided Transit Scheduling*, Springer Verlag, pp. 173-187.
- Xie, L., Kliewer, N., & Suhl, L. (2012) Integrated Driver Rostering Problem in Public Bus Transit. *15 Edition of the Euro Working Group of Transportation, International Scientific Conference*. University of Paderborn. Paderborn, Alemania.

ANEXOS

Anexo 1. Modelos de programación en GAMS generación de turnos / Digital: Carpeta Colgen

Anexo 2. Modelos de programación en GAMS rotación de turnos / Digital: Carpeta Turnos

Anexo 3. Macro para generar formato de turnos / Digital: Archivo Formato turnos

Anexo 4. Programación diaria de buses / Digital: Archivo Programación buses

Anexo 5. Resultados de generación de turnos / Digital: Archivo Definitivo

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
INSTITUTO DE POSTGRADOS- FORUM
RESUMEN ANALÍTICO DE INVESTIGACIÓN (R.A.I)**

ORIENTACIONES PARA SU ELABORACIÓN:

El Resumen Analítico de Investigación (RAI) debe ser elaborado en Excel según el siguiente formato registrando la información exigida de acuerdo la descripción de cada variable. Debe ser revisado por el asesor(a) del proyecto. EL RAI se presenta (quema) en el mismo CD-Room del proyecto.

| No. | VARIABLES | DESCRIPCIÓN DE LA VARIABLE |
|------------|--|--|
| 1 | NOMBRE DEL POSTGRADO | |
| 2 | TÍTULO DEL PROYECTO | DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN DE TURNOS PARA LA OPERACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSPORTE MASIVO TIPO BRT |
| 3 | AUTOR(es) | Diego Fernando Quintero Moncada |
| 4 | AÑO Y MES | 2013 MAYO |
| 5 | NOMBRE DEL ASESOR(a) | Carlos Leonardo Quintero Araujo |
| 6 | DESCRIPCIÓN O ABSTRACT | La programación diaria de autobuses y conductores para todas las compañías de transporte que operan en un sistema masivo es un problema de asignación que se debe resolver a diario. El trabajo de cada día cambia sobre una base de programación de rutas, ya sea debido a los requerimientos entre las mismas o por servicios adicionales que se deben realizar, por lo cual se convierte este en un problema de programación a resolver. Por lo tanto, es de gran valor desarrollar herramientas de soporte para la toma de decisiones sobre la asignación y rotación de conductores, las cuales deben cumplir cada una de las obligaciones legales, técnicas y de seguridad para dicha labor |
| 7 | PALABRAS CLAVES | Asignación, rotación, generación de columnas, Branch & Price, conductores, optimización, turnos |
| 8 | SECTOR ECONÓMICO AL QUE PERTENECE EL PROYECTO | TRANSPORTE |
| 9 | TIPO DE ESTUDIO | Profundización |
| 10 | OBJETIVO GENERAL | Diseñar un modelo de soporte a la toma de decisiones con énfasis en modelos matemáticos para la asignación de turnos a conductores que optimice una operación de transporte masivo urbano de pasajeros |

| | | |
|----|------------------------------|--|
| 11 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | <ul style="list-style-type: none"> • Formular un modelo matemático que permita caracterizar un problema de asignación de conductores para una empresa de transporte masivo de pasajeros. • Implementar el modelo matemático en un lenguaje de modelación para soportar la toma de decisiones con base en los resultados obtenidos. • Evaluar la eficiencia de los resultados a partir del análisis y beneficio económico-social que se generan para el personal operativo y de una empresa del sector del transporte masivo mediante la aplicación del modelo planteado. • Realizar un análisis de sensibilidad para determinar cuáles son los parámetros del modelo cuyos cambios tengan mayor impacto en los resultados del mismo. • Establecer el marco conceptual del desarrollo teórico del problema de asignación de turnos de conductores en el transporte masivo de pasajeros. |
| 12 | RESUMEN GENERAL | <p>La investigación desarrollada tiene como objetivo elaborar un modelo para la asignación de turnos a conductores para la operación de un sistema de transporte masivo, los cuales deben cumplir con las normativas laborales y de seguridad implementadas en Colombia para dicha tarea. La investigación se desarrolló en dos fases, la primera fase consiste en el desarrollo de un modelo de generación de turnos a través del modelo de generación de columnas y el algoritmo Branch & Price para asignar la cantidad de conductores necesarios por periodo para el cumplimiento de la demanda del sistema. La segunda fase consiste en un modelo en programación lineal para la asignación y rotación de conductores según los turnos generados en la primera fase, el resultado de este modelo es ajustado a través de una macro en Excel para mayor facilidad de análisis para la operación. Los modelos fueron desarrollados bajo el software de modelación GAMS y los resultados ajustados en una macro de Excel. Los resultados obtenidos permiten una reducción del 18% en la cantidad de conductores para la operación del sistema en un día ordinario.</p> |

| | | |
|----|----------------------|--|
| 13 | CONCLUSIONES. | <p>El objetivo principal de la investigación es presentar un modelo que dé soporte a la toma de decisiones para el área de planeación de una empresa de transporte masivo a partir de la investigación de operaciones utilizando modelos de optimización combinatoria. El modelo desarrollado permite mejorar la eficiencia de la operación para el área de planificación, debido a que se reduce el tiempo para la programación y asignación de conductores según la demanda del sistema, al tener un método organizado y confiable para la asignación y rotación de turnos con un entregable de fácil comprensión para cada conductor.</p> <p>A partir de la metodología de investigación desarrollada, se logró estructurar el problema de asignación de turnos en dos fases con el objetivo de facilitar la ejecución de la herramienta. La primera fase consiste en un modelo para la generación de turnos basado en generación de columnas con un algoritmo de resolución de costo Branch & Price, el cual entrega como resultado el tipo de turnos a desarrollar con el número de conductores necesarios para cada uno de ellos. La segunda fase de la herramienta consiste en un modelo matemático de programación lineal con las restricciones laborales de la legislación colombiana que entrega como solución la asignación y rotación para una semana de siete días considerando una reducción en la demanda del fin de semana en un 30%.</p> <p>Luego de realizada la investigación sobre el estado del arte del problema de asignación y rotación de turnos de trabajo, el modelo desarrollado toma como base los planteamientos principales de las investigaciones, los cuales son el problema de cubrimiento de conjuntos y la minimización del no cumplimiento de las restricciones duras del modelo lineal para el problema de asignación y rotación. Con base en este análisis, es importante resaltar que la elaboración del modelo a través de programación lineal y generación de algoritmos de búsqueda, aprovecha la evolución de software de modelamiento para generar soluciones factibles que mejoran la calidad y tiempos de respuesta para el modelo planteado.</p> <p>El proyecto tiene un entregable para el modelo de asignación y rotación de turnos, programado bajo una macro en Excel que permite al grupo de conductores establecer sus horarios de trabajo y además contabilizar el número de horas trabajadas a la semana. Este archivo solo requiere de la solución generada por el software GAMS del modelo de asignación y rotación para ser ingresado a una hoja de cálculo de la macro donde es organizado y tabulado.</p> |
|----|----------------------|--|

| | | |
|----|------------------------|--|
| 14 | FUENTES BIBLIOGRÁFICAS | <p>Bakarcic, D., & Di Piazza, G. (2012). Ruteo de vehículos y asignación de conductores: un enfoque combinado. Tesis de Licenciatura, Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, Argentina.</p> <p>Burke, D., Causmaecker, P., & Soubega, E. (2012). A hybrid Tabu Search Algorithm for the nurse rostering problem. Department of Computer Science, University of Nottingham, University Park, Nottingham, Nottingham, UK.</p> <p>Cappanera, A., & Gallo, G. (2004). A Multicommodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem. Operations Research, Volumen 52, 583 - 596.</p> <p>Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P., & Vigo, D. (1995). Modeling and Solving the Crew rostering problem. Technical Report Dipartimento di Elettronica Informatica e Sistemica, Bologna, Italia.</p> <p>Código Sustantivo del Trabajo y Código Procesal del Trabajo y de la Seguridad Social (2012). 30ª Edición. Legis.</p> <p>Collier, D., & James, E. (2009). Administracion de Operaciones, Bienes, Servicios y Cadena de Valor. Cengage Learning. Segunda Edición.</p> <p>Dantzig, B. (1960). A comment on edie's "traffic delays at toll booths". Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 3 (Aug., 1954), pp. 339-341.</p> <p>Daskalaki, & Birbas. (2005). Efficient Solutions for University Timetabling Ploblem Though Integer Programming. European Journal of Operational Research, Volumen 160, 106-120.</p> <p>EMBARQ. (2010). Modernización de Transporte Público.</p> <p>Escalpes, C. (2000). Tesis Doctoral: Asignación de conductores a jornadas de trabajo en empresas de transporte colectivo. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.</p> <p>Forsyth, P., & Wren, A (1997) An ant system for bus driver scheduling. 7th International Workshop on Computer-Aided Scheduling of Public Transport Preprints, Center for Transportation Studies, pp. 405-421.</p> <p>Fortes, A., & Peixoto, G., Um estudo de diferentes métodos de busca e a metehuristica VNS para otimizar a escala de motoristas de onibus urbano. Brasil: Articulo científico.</p> <p>Ernst, A., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., & Sier, D. (2004). Staff Scheduling and Rostering: A review of applications, methods and models. European Joournal of Operation Research, Volumen 153, pp. 3-27.</p> <p>Freling, R. (1997). "Models and techniques for integrating vehicle and crew scheduling", Ph.D.</p> |
|----|------------------------|--|