

## 8 ejercicios de Interés Compuesto

### ¿Qué es el interés y cómo se calcula?

En algunos bancos, cuentas de ahorro o incluso en préstamos y empeños podemos observar que se cobra un interés mensual. Esto no significa que todos los intereses deban ser así.

El periodo, es el tiempo en el que se aplica el interés, este puede ser anual, mensual, semanal, o incluso por día.

Para el caso de los ejercicios propuestos en esta sección, se estará trabajando con un interés anual.

Además, existe interés simple e interés compuesto. Los ejercicios que veremos se tratan de interés compuesto.

### Fórmulas para calcular el interés compuesto

Para las siguientes fórmulas se tiene la siguiente notación:

- $I$ : Interés
- $C$ : Capital inicial
- $i$ : Tasa de interés
- $J$ : Tasa nominal de interés
- $M$ : Monto (o valor futuro)
- $t_a$ : Tiempo del préstamo o inversión
- $t$ : Periodo de préstamo o inversión
- $m$ : Frecuencia de capitalización
- 

Así, las fórmulas relacionadas con el cálculo de interés compuesto, cuando la tasa de interés y el tiempo utilizan la misma unidad de tiempo, son:

- $$I = M - C$$

- $M = C \cdot (1 + i)^t$

- $C = M \cdot (1 + i)^{-t}$

- $i = \frac{J}{m}$

- $t = t_a \cdot m$

- $t = \frac{\ln\left(\frac{M}{C}\right)}{\ln(1 + i)}$

- $i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} - 1$

Notemos que si el tiempo y el interés utilizan unidades distintas, entonces tendremos que hacer las conversiones apropiadas antes de utilizar las fórmulas.

## Ejercicios propuestos de cálculo de interés

1 ¿Durante cuánto tiempo ha de imponerse un capital de 25 000 € al 5% trimestral para que con interés compuesto se convierta en 30 387.66 €?

Solución

Notemos que tenemos el monto o capital final, el capital inicial y la tasa de interés

$$M=30387.66$$

$$C=25\,000$$

$$i=0.05 \text{ trimestral}$$

Aplicamos directamente la fórmula para calcular el tiempo, este será en trimestres ya que la tasa de interés así lo es:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{30387.66}{25000}\right)}{\ln(1 + 0.05)} = 4$$

Por lo tanto, el tiempo requerido es 4 trimestres.

2 Se prestan 45 000 € con interés compuesto y al cabo de 2 años se reciben 52 488 €.

Calcular la tasa de interés.

Solución

Notemos que tenemos el capital, el monto y el periodo de inversión

$$M=52\,488$$

$$C=45\,000$$

$$t=2 \text{ años}$$

Aplicamos directamente la fórmula para calcular la tasa de interés

$$i = \sqrt{\frac{52488}{45000}} - 1 = 0.08$$

Así, la tasa de interés es del 8% anual.

3 Hallar la tasa de interés compuesto (como porcentaje) al que deberá prestarse un capital para que al cabo de 20 años los intereses sean equivalentes al capital prestado.

Solución

Deseamos que el interés sea igual al capital, entonces el monto es igual al doble del capital

$$M = 2C$$

Notemos que tenemos monto, capital y el periodo de inversión

$$\begin{array}{l} M=2C \\ C \\ t=20 \end{array}$$

Como el capital es distinto de 0, entonces cancelamos  $C$  de ambos lados de la ecuación de la tasa de interés y sustituimos el periodo de inversión:

$$i = \sqrt[20]{\frac{2C}{C}} - 1 = 0.0353$$

Así, la tasa de interés es del 3.53% anual.

4 ¿En cuánto tiempo el interés compuesto será igual al triple del capital inicial colocado a una tasa de interés al 6%?

Solución

Deseamos que el interés sea el triple del capital, entonces el monto es igual a cuatro veces el capital

$$M = C+I=4C$$

Notemos que tenemos monto, capital y tasa de interés

$$\begin{array}{l} M=4C \\ C \\ i=0.06 \end{array}$$

Como el capital es distinto de 0, entonces cancelamos  $C$  en la ecuación para calcular el tiempo

$$t = \frac{\ln\left(\frac{4C}{C}\right)}{\ln(1 + 0.06)} = 23.79$$

Por lo tanto, el tiempo requerido es 23.79 años.

**5** Hallar el interés compuesto producido durante cinco años, por un capital de 30 000 €, al 6%.

Solución

Notemos que tenemos el periodo de inversión, capital y tasa de interés

$$\begin{aligned} t &= 5 \\ C &= 30\,000 \\ i &= 0.06 \end{aligned}$$

Aquí necesitamos encontrar el valor  $M$ . Como ya tenemos todos los datos necesarios, únicamente utilizaremos la fórmula para calcularlo:

$$M = 30\,000 \cdot (1 + 0.06)^5 = 40146.77$$

De este modo, el interés compuesto sería de  $40\,146.77 - 30\,000 = 10\,146.77$  € después de cinco años.

**6** Calcula el capital final después de seis meses, dado un capital inicial de 10 000 € y una tasa de interés compuesto de 3.5% mensual

Solución

Notemos que tenemos el periodo de inversión, capital y tasa de interés

$$\begin{aligned} t &= 6 \\ C &= 10\,000 \\ i &= 0.035 \end{aligned}$$

Para resolver este ejercicio sustituimos directamente en la fórmula para calcular el monto

$$M = 10\,000 \cdot (1 + 0.035)^6 = 12292.55$$

Por lo tanto, el capital es de 12 292.55 € después de 6 meses.

**7** Hallar la tasa de interés nominal de una inversión de 30 000 € que al cabo de cinco años a una tasa de interés capitalizable trimestralmente se transforma en 50 000 €.

Solución

Notemos que tenemos el tiempo de inversión, capital y monto

$$\begin{aligned}t_a &= 5 \\ C &= 30\,000 \\ M &= 50\,000 \\ m &= 4\end{aligned}$$

Cáculamos el periodo de inversión

$$t = 5 \cdot 4$$

Aquí necesitamos encontrar el valor  $i$ . Como ya tenemos todos los datos necesarios, únicamente utilizaremos la fórmula para calcularlo:

$$i = \sqrt[20]{\frac{50000}{30000}} - 1 = 0.0259$$

Sustituyendo los valores  $m$ ,  $i$  en la fórmula de tasa de interés nominal se tiene

$$0.02599 = \frac{J}{4} \implies J = 0.1035$$

Por lo tanto, la tasa de interés nominal es de 10.35%.

**8** ¿En cuánto tiempo un capital de 30 000 € producirá un monto de 40 000 € con una tasa de interés compuesto al 4%?

Solución

Notemos que tenemos monto, capital y tasa de interés

$$\begin{aligned}M &= 40\,000 \\ C &= 30\,000 \\ i &= 0.04\end{aligned}$$

Sustituimos los datos en la ecuación para calcular el tiempo

$$t = \frac{\ln\left(\frac{40000}{30000}\right)}{\ln(1 + 0.04)} = 7.33$$

Por lo tanto, el tiempo requerido es 7.33 años.