

GUÍA Nº 2. PROBLEMAS PL (3 variables)

1. Un fabricante de bebidas produce tres modalidades (A, B y C), cada una en su propio formato: de 3 litros, 2 litros y 1 litro, respectivamente. Este fabricante está comprometido a entregar a un gran distribuidor (su único cliente) exactamente 20000 litros diarios de estas bebidas. Dispone de 25000 gramos diarios de un saborizante del que cada modalidad consume por botella: la botella de 3 litros, 2 gramos; la de 2 litros, 3 g; y la de un litro, 4 g. El ingreso que se obtendrá por la venta de cada unidad de A, B y C son 5, 6 y 8 u.m., respectivamente. ¿Cuál es el plan óptimo de envasado que le conviene?

2. La Cámara de Industriales de la región periódicamente promueve servicios públicos, seminarios y programas. Actualmente los planes de promoción para este año están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimados por unidad de publicidad, además de la cantidad máxima de unidades de publicidad en que puede ser usado cada medio se muestran a continuación:

Restricciones	Televisión	Radio	Prensa
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	\$ 2.000	\$ 300	\$ 600
Uso máximo del medio	10	20	10

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio no debe exceder el 50% del total de unidades de publicidad autorizados. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a \$18.500. ¿Cómo organizaría los planes de promoción?

3. Una empresa produce y comercializa tres tipos de productos, P1, P2 y P3, que entrega en paletas, que pueden o no estar completas (se puede entregar una paleta a medio completar, media paleta, un cuarto de paleta etc.) Por cada paleta de estos productos se obtienen unos ingresos netos de 4, 12 y 2 unidades monetarias, respectivamente. Existe una instalación de la que se dispone de un total de 6 días de trabajo a la semana. Producir un paleta de P1 lleva 3 días, una de P2 lleva 6 días y montar una de P3 lleva 2 días. Además, existe un compromiso de entregar al menos el contenido conjunto equivalente a dos paletas.

4. El fabricante de bicicletas UPMbikes produce bicicletas, triciclos y tándems. La producción semanal depende, esencialmente, de la disponibilidad de ruedas y de manillas y de las tareas de montaje. El aprovisionamiento del resto de piezas y el resto de tareas no representan una limitación para la empresa. A la semana, UPMbikes dispone de un máximo

de 100 ruedas y de 50 manillas. Por otro lado, el montaje de una bicicleta requiere una hora, mientras que el montaje de un triciclo o de un tándem requiere dos horas y existen dos operarios para realizar el montaje, cada uno de los cuales trabaja 40 horas semanales. Además, UPMbikes ha asumido un compromiso comercial y debe entregar un mínimo de 10 bicicletas semanalmente a uno de sus clientes. Por último, el beneficio unitario que proporcionan estos productos son de 300 u.m. cada bicicleta, 400 u.m. cada triciclo y 500 u.m. cada tándem. ¿Cuál debe ser el plan de producción óptimo?

5. En una fábrica de cerveza se producen tres tipos distintos: rubia, negra y de baja graduación, y para ello se utilizan dos materias primas: malta y levadura. En la siguiente tabla se especifican: a) la cantidad de materias primas consumidas para producir una unidad de cada tipo de cerveza; b) las cantidades disponibles de cada materia prima; y c) el precio unitario de venta de cada tipo de cerveza.

	Consumo de materias primas por cada tipos de cerveza			
Materia prima	<i>rubia</i>	<i>negra</i>	<i>baja</i>	Disponibilidad
<i>malta</i>	1	2	2	30
<i>levadura</i>	2	1	2	45
Precio de venta	7	4	3	

Se trata de conocer la cantidad a fabricar de cada tipo de cerveza de manera que el beneficio sea máximo.

6. Una empresa manufacturera está considerando dedicar su capacidad a fabricar 3 productos; llamémoslos productos 1, 2 y 3. La capacidad disponible de las máquinas que podría limitar la producción se resume en la siguiente tabla:

Tipo de Máquina	Tiempo Disponible (horas máquin)
Fresadora	500
Torno	350
Rectificadora	150

El número de horas requeridas por cada unidad de los productos respectivos es:

Tipo de Máquina	P1	P2	P3
Fresadora	9	3	5
Torno	5	4	0
Rectificadora	3	0	2

El departamento de ventas indica que el potencial de ventas para los productos 1 y 2 es mayor que la tasa de producción máxima y que el potencial de ventas para el producto 3 es de 20 unidades por semana. La utilidad unitaria sería de 30, 12 y 15 u.m., respectivamente, para los productos 1, 2 y 3. ¿Cuánto debe producir la empresa de cada producto para maximizar la utilidad?

7. Formule una dieta para pollos. Suponga que el lote diario requerido de la mezcla son 100 KG. La dieta debe contener:

- a) Al menos 0.8 % pero no más de 1.2 % de calcio
- b) Al menos 22 % de proteínas
- c) A lo más 5 % de fibras crudas

Suponga, además, que los principales ingredientes utilizados incluyen maíz, soya y caliza. El contenido nutritivo de estos ingredientes se resume a continuación:

KG por KG de ingrediente				
Ingrediente	Calcio	Proteína	Fibra	Costo(u.m.) por KG
Caliza	.380	.00	.00	.0164
Maíz	.001	.09	.02	.0463
Soya	.002	.50	.08	.1250

Minimice el costo total para la dieta, determinando la cantidad de cada ingrediente que debe utilizarse.

8. Gutchi Company fabrica bolsos de mano, bolsos para rasuradoras y mochilas. La elaboración incluye material y acabados. La siguiente tabla da la disponibilidad de recursos, su consumo por los tres productos y las utilidades (u.m) por unidad de producto. Desean maximizar su utilidad.

Recurso	Recursos utilizados Por unidad de producto			Disponibilidad diaria
	Bolsos mano	Bolsos rasuradora	Mochila	
Material (Piel)	2	1	3	40 pies ²
Acabado	2	1	2	40 horas
Precio venta	24	22	45	

9. Una compañía produce tres tipos de sillas A, B y C. Los precios de venta de cada tipo de silla son 4 u.m., 3 u.m. y 5 u.m., respectivamente. Para su fabricación se requiere de madera y tubo de hierro. Se disponen de 64m² de madera y 34m de tubo. Los consumos de madera y tubo de hierro para cada tipo de silla están dados en la Tabla. ¿Cuál es el plan óptimo de producción?

Recurso	Silla Tipo		
	A	B	C
Madera (m2)	2	1	3
Tubo (m)	2	1	2

10. Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos o 5 grandes. En cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5 horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son 22 u.m., 35 u.m. y 45 u.m., respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?

11. Ferrominera opera tres minas en el Edo. Bolívar. El mineral de cada una se separa, antes de embarcarse, en dos grados. La capacidad diaria de producción de las mismas así, como sus costos diarios de operación son los siguientes:

	Mineral de grado alto, ton/día	Mineral de grado bajo, ton/día	Costo de operación, \$1 000/día
Mina I	4	4	20
Mina II	6	4	22
Mina III	1	6	18

Ferrominera se comprometió a entregar 54 toneladas de mineral de grado alto y 65 toneladas de mineral de grado bajo para fines de la siguiente semana. Además, tiene contratos de trabajo que garantizan a los trabajadores de ambas minas el pago del día completo por cada día o fracción de día que la mina esté abierta. Determínese el número de días que cada mina debería operar durante la siguiente semana, si Ferrominera ha de cumplir su compromiso a un costo total mínimo.

12. Una empresa fabrica los productos A, B y C y puede vender todo lo que produzca a los siguientes precios: A 700; B 3.500; C 7.000.

Producir cada unidad de A necesita 1 hora de trabajo. Producir una unidad de B necesita 2 horas de trabajo, más 2 unidades de A. Producir una unidad de C necesita 3 horas de trabajo,

más 1 unidad de B. Cualquier unidad de A utilizada para producir B, no puede ser vendida. Similarmente cualquier unidad de B utilizada para producir C, no puede ser vendida. Para este período de planificación están disponibles 40 horas de trabajo. Formule y Construya el modelo Lineal que maximice los ingresos de la empresa.

13. Una empresa elabora tres tipos de bebidas utilizando zumo de piña y zumo de melocotón. El dueño de la empresa ha comprado 1.500 litros de zumo de piña y 2.000 de zumo de melocotón. Los litros de zumo requeridos en la fabricación de cada bebida vienen dados en la tabla siguiente.

	Bebida 1	Bebida 2	Bebida 3
Zumo de piña	6	3	3
Zumo de melocotón	2	3	4

El precio de venta de cada bebida es 15 euros el litro. El coste del zumo de piña es de 1 euro el litro y 2 euros el litro de zumo de melocotón. Se conoce que la demanda de bebidas asciende a 400 litros.

14. Un fabricante de bebidas refrescantes está interesado en mezclar tres de sus actuales marcas de fábrica (marca 1, marca 2, marca 3) para obtener tres nuevos productos de alta calidad (Producto 1, Producto 2 y Producto 3), que desea vender al precio de 4, 3 y 2 euros por botella, respectivamente.

Sólo puede importar 2.000 botellas de la marca 1, 4.000 de la marca 2 y 1.000 de la marca 3, siendo el precio que debe pagar de 3, 2 y 1 euro por cada tipo de botella.

El fabricante requiere que el Producto 1 contenga como mínimo el 80% de la marca 1 y como máximo el 20% de la marca 3. El producto 2 deberá contener como mínimo el 20% de la marca 1 y no más del 80% de la marca 3. El producto 3 no podrá contener más del 70% de la marca 3.

Formule el modelo que permitirá al fabricante hallar las mezclas que le producirán el máximo beneficio.

15. Un granjero tiene 600 acres de terreno y desea determinar el número de acres que asignará a cada una de las tres cosechas siguientes: tomates, pimientos y espinacas. Los días hombre, el coste de preparación y la ganancia por acre de cada una de las cosechas se muestran en la tabla siguiente:

Cosecha	Días hombre	Coste preparación	Beneficio
Tomates	5	12	6
Pimientos	8	18	12
Espinacas	13	14	10

Suponga que el número de días hombre disponibles es de 4.000, y que el granjero tiene 6.000 euros para preparación.

16. Una empresa vende tres tipos de productos (1, 2 y 3). El producto 1 está formado por los componentes A y B. El producto 2 consta de 2 unidades de A, 1 unidad de B y 2 unidades de C. Por último, el producto 3 está integrado por 2 unidades de A, 1 unidad de B y 1 unidad de C. Se dispone de 95.000 unidades del componente A, 80.000 del B y 60.000 del C. El coste de cada componente A es de 20 euros, el coste de cada componente B es de 30 euros, y el coste de cada componente C es de 10 euros. El precio de venta de los productos 1, 2 y 3, es respectivamente de 60, 120 y 100 euros.

Formule y resuelva el programa lineal que maximiza el beneficio.

17. Una empresa fabrica tres tipos de helados utilizando leche y nata. Para el próximo mes dispone de 75 unidades de leche y 100 de nata. Los coeficientes técnicos y los costes se muestran en la tabla siguiente:

		Helado 1		Helado 2		Helado 3	
	Euros/Ud.	Uds.	Euros	Uds.	Euros	Uds.	Euros
Leche	2	4	8	3	6	2	4
Nata	1	1	1	2	2	3	3
Otros costes			6		5		8
Total costes			15		13		15
Precio venta			20		20		18
Beneficio unitario			5		7		3

Como mínimo se han de fabricar 20 helados. Obtenga el Plan de Producción Mensual.

18. Una fábrica elabora tres tipos de tornillos grandes, medianos y pequeños de los cuales se debe producir no más de 800.000 tornillos grandes y entre medianos y pequeños no más de 100.000 para satisfacer las demandas de las siguientes 4 semanas. Estos tornillos se pueden producir en una máquina que está disponible 80 horas a la semana. Los requerimientos de costo y tiempo son:

	Tornillos Grandes	Tornillos Medianos	Tornillos Pequeños
Precio de venta (precio libra)	32,50	27,50	20,50
Costo de máquina (precio libra)	8,2	7,75	6,25
Tiempo de máquina	2 horas	1,5 horas	1,4 horas

Cada libra contiene 40 grandes, 50 medianos, y 60 pequeños. Los trabajadores laboran en dos turnos y perciben sueldos que no afectan el precio del tornillo. Hallar la fórmula matemática y la mejor mezcla para mejorar la utilidad.

Nota: Utilidad por libra = Precio de venta – Costo de máquina.

19. El folleto informativo de un fondo de inversión establece que todo el dinero está invertido en bonos que están considerados como "A", "AA", "AAA"; no más del 30% de la inversión total se encuentra en bonos "A" y "AA" y al menos el 50% está en bonos "AA" y "AAA" respectivamente, se obtiene 8%, 7%, y 6% anual. Determine los porcentajes de la inversión total de modo de que el fondo maximice el rendimiento anual. ¿Cuál es ese rendimiento?

20. Una compañía produce tres clases de dispositivos que requieren tres diferentes procesos de producción. La empresa ha destinado un total de 300 horas para el proceso 1, 400 horas para el 2 y 600 horas para el 3. La tabla siguiente da el número de horas por dispositivo para cada proceso:

	Dispositivo 1	Dispositivo 2	Dispositivo 3
Proceso 1	30	15	10
Proceso 2	20	30	20
Proceso 3	40	30	25

Si la utilidad es de \$30 por dispositivo 1, de \$20 por dispositivo 2 y de \$20 por el 3, entonces, determine el número de dispositivos de cada clase que la compañía debe producir para maximizar la utilidad.

21. Un fabricante de refrescos FR produce tres modalidades (A, B y C), cada una en su propio formato: de 3 litros, 2 litros y 1 litro, respectivamente. Este fabricante está comprometido a entregar a un gran distribuidor GD (su único cliente) exactamente 20000 litros diarios de refrescos. Dispone de 25000 gramos diarios de un saborizante del que cada modalidad consume por botella: la botella de 3 litros, 2 gramos; la de 2 litros, 3 g; y la de un litro, 4 g. Conocidos los datos económicos de A, B y C (5, 6 y 8 u.m, respectivamente), y siendo x_j los miles de botellas de la modalidad j a envasar diariamente, FR ha planteado el siguiente modelo de programación lineal (c y b están expresados en miles). Obtener el plan óptimo de envasado de FR.

22. La compañía El Cóndor opera un avión que transporta tanto a pasajeros como carga entre los aeropuertos de Bogotá, Medellín y Cali. Debido a los elevados costos de operación, el avión no sale hasta que todas sus bodegas hayan sido cargadas. El avión tiene tres bodegas: inferior, media y superior. Debido a las limitaciones de espacio que hay, el avión no puede llevar más de 100 toneladas de carga en cada viaje: la bodega inferior debe llevar máximo 40 toneladas de carga, la bodega intermedia debe transportar un tercio de la carga de la bodega inferior y la bodega superior debe llevar $2/5$ partes de la carga de la bodega inferior. Sin embargo, no se deben llevar más de 60 toneladas de carga entre las bodegas media y superior.

Las utilidades por el transporte son de 8000 u.m. por tonelada de carga en la bodega inferior, 10000 u.m. por tonelada en la intermedia y 12000 u.m. en la superior, después de deducir los gastos. Plantear un modelo de PL para determinar la forma de cargar el avión que maximice las utilidades.

INFORMACIÓN		
BODEGAS	LIMITE (toneladas)	UTILIDADES / TONELADA
Superior	2/5 de bodega inferior	12 000
Media	1/3 de bodega inferior	10 000
Inferior	40	8 000
Total toneladas: debe ser menor o igual a 100		

23. Juanito se dedica a la elaboración de tres tipos de cebiche en bolsa para las playas de Lima, los cuales gozan de gran aceptación por parte de sus clientes. Los ingredientes principales son: pescado, conchas negras, calamar, cebolla y camote. La siguiente tabla muestra la composición de los ingredientes que se utilizan por cada bolsa:

Tipo	Pescado (kg)	Conchas negras (kg)	Calamar (kg)	Cebolla (unid.)	Camote (unid.)
Tradicional	1	0	0	3	3
Especial	0	0,5	0	1	0
Mixto	0,5	0,1	0,3	3	3

La demanda de cebiche para este fin de semana no constituye un factor limitante. No obstante, Juanito debe vender como mínimo 500, 200 y 300 bolsas de cebiche tradicional, especial y mixto, respectivamente, para asegurar la rentabilidad de su negocio. El precio de venta de cada tipo de cebiche se muestra a continuación:

Tipo de cebiche	Precio de venta (soles/bolsa)
Tradicional	30
Especial	35
Mixto	28

Los costos de los ingredientes y su disponibilidad son:

Ingrediente	Pescado	Conchas negras	Calamar	Cebolla	Camote
Costo	24 S/kg	30 S/kg	18 S/kg	0,5 S/unid	0,1 S/unid
Disponibilidad	1000 kg	200 kg	100 kg	5000 unid	5000 unid

Formule y resuelva el problema de PL

24. Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo producto. Los planes de promoción para el próximo mes están en marcha. Los medios alternativos para realizar la publicidad así como los costos y la audiencia estimada por unidad de publicidad se muestran a continuación :

	TELEVISION	RADIO	PRENSA
Audiencia por unidad de publicidad	100.000	18.000	40.000
Costo por unidad de publicidad	Bs. 2.000,00	Bs. 300,00	Bs. 600,00

Para lograr un uso balanceado de los medios, la publicidad en radio debe ser igual al 50% de unidades de publicidad autorizadas. Además la cantidad de unidades solicitadas en televisión debe ser al menos 10% del total autorizado. El presupuesto total para promociones se ha limitado a Bs. 18.500,00. Se necesita determinar el plan óptimo para maximizar la audiencia total o cantidad de personas que vean la publicidad.

25. Un artesano fabrica y vende cuadros tejidos, de los cuales tiene tres tipos : el pequeño, el mediano y el grande. El primero requiere triplay, 200 metros de estambre y 85 clavos; el segundo necesita triplay, 300 metros de estambre y 100 clavos; el tercero utiliza triplay, 400 metros de estambre y 125 clavos. De una hoja de triplay se pueden obtener 12 cuadros pequeños u 8 medianos ó 5 grandes. Cada mes se cuenta con 15 hojas de triplay, 68 rollos de estambre de 500 metros cada uno y 12.500 clavos. El cuadro pequeño requiere de 3 horas, el mediano de 5 horas y el grande de 6 horas para su elaboración. Mensualmente se dispone de 530 horas para la fabricación de los cuadros. La experiencia que se tiene de las ventas muestra que mínimo se venden 25 cuadros grandes por cada 60 cuadros pequeños. El margen de utilidad para los cuadros pequeños, medianos y grandes son \$22, \$35 y \$45 respectivamente, ¿Cuántos cuadros de cada tipo deben hacerse para que la utilidad sea máxima?