

## TEOREMA DE CHEBYSHEV

Si una variable aleatoria tiene una varianza o desviación estándar pequeña, esperaríamos que la mayoría de los valores se agrupen alrededor de la media. Por lo tanto, la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dentro de cierto intervalo alrededor de la media es mayor que para una variable aleatoria similar con una desviación estándar mayor. Si pensamos en la probabilidad en términos de área, esperaríamos una distribución continua con un valor grande de  $\sigma$  (*desviación estándar*) para indicar una variabilidad mayor y, por lo tanto, esperaríamos que el área este más extendida, como en la figura 1(a). Una distribución con una desviación estándar pequeña debería tener la mayor parte de su área cercana a  $\mu$  (*media*), como en la figura 1(b).

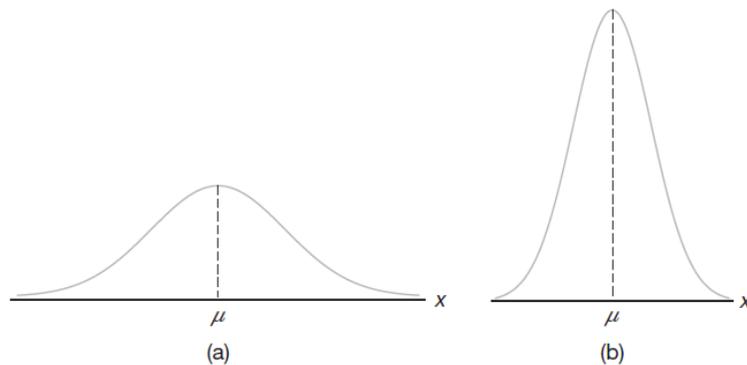


Figura 1: Variabilidad de observaciones continuas alrededor de la media.

Podemos argumentar lo mismo para una distribución discreta. En el histograma de probabilidad de la figura 2(b) el área se extiende mucho más que en la figura 2(a), lo cual indica una distribución más variable de mediciones o resultados.

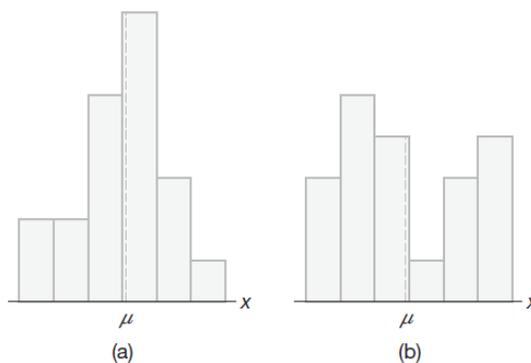


Figura 2: Variabilidad de observaciones discretas alrededor de la media.

La desigualdad de Chebyshev es una importante herramienta teórica. Entre otras aplicaciones constituirá un medio para comprender cómo la varianza mide la variabilidad de una dada variable aleatoria, con respecto a su media.

La proporción de cualquier distribución que esté a menos de  $k$  desviaciones estándar de la media es por lo menos:

$$1 - \frac{1}{k^2}$$

Donde  $k$  es cualquier número positivo mayor que 1. Este teorema es válido para todas las distribuciones de datos.

Este teorema establece que a menos de dos desviaciones estándar de la media ( $k=2$ ) siempre se encontrará por lo menos el 75% o más de los datos ( $3/4$  partes de los datos). Estableciendo de esta manera que la variable aleatoria  $X$  tiene una probabilidad de al menos  $1-1/2^2 = 3/4$  de caer dentro de dos desviaciones estándar a partir de la media; es decir, que tres cuartas partes o más de las observaciones de cualquier distribución se localizan en el intervalo  $\mu \pm 2\sigma$ . De manera similar, el teorema afirma que al menos ocho novenos de las observaciones de cualquier distribución caen en el intervalo  $\mu \pm 3\sigma$ .

El matemático ruso P. L. Chebyshev (1821-1894) descubrió que la fracción del área entre cualesquiera dos valores simétricos alrededor de la media está relacionada con la desviación estándar. Como el área bajo una curva de distribución de probabilidad, o la de un histograma de probabilidad, suma 1, el área entre cualesquiera dos números es la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor entre estos números.

Este teorema lleva el nombre del matemático ruso que la descubrió. Su nombre aparece en una variedad de formas en la literatura: Chebyshev, Chebychev, Tchebyshev, etc.

El teorema de Chebyshev tiene validez para cualquier distribución de observaciones, por lo cual los resultados generalmente son débiles. El valor que proporciona el teorema es solo un límite inferior, es decir, sabemos que la probabilidad de una variable aleatoria que cae dentro de dos desviaciones estándar de la media *no puede ser menor* que  $3/4$ , pero nunca sabemos cuánto podría ser en realidad. Solo cuando conocemos la distribución de probabilidad podemos determinar probabilidades exactas. Por esta razón llamamos al teorema resultado de *distribución libre*. Cuando se supongan distribuciones específicas, los resultados serán menos conservadores. *El uso del teorema de Chebyshev se restringe a situaciones donde se desconoce la forma de la distribución.*

Número de desviaciones estándar, $k$	Proporción mínima de observaciones dentro del límite $\mu \pm k\sigma$
1	$1 - (1/1^2) = 0.0$
2	$1 - (1/2^2) = 3/4 = 0.75$
3	$1 - (1/3^2) = 8/9 = 0.89$
4	$1 - (1/4^2) = 15/16 = 0.94$
5	$1 - (1/5^2) = 24/25 = 0.96$

Figura 3. Cálculo de  $k$  del teorema de Chebyshev

**Ejemplo 1:** P&P Airlines, tomo una muestra de 50 días, la cual arrojo una media de 78.7 pasajeros por día, con una desviación estándar de 12.14. Para programar los tiempos para una nueva ruta que abrió

P&P, la gerencia desea saber con qué frecuencia los pasajeros están dentro de  $K =$  dos desviaciones estándar de la media, y cuál es dicho intervalo.

**Solución:**

Si se transportan dos desviaciones estándar ( $2 \times 12.14$ ) = 24.28 pasajeros por encima y por debajo de la media de 78.7, se tendrá un intervalo de  $(78.7 - 24.28) = 54.42$  a  $(78.7 + 24.28) = 102.98$  pasajeros.

Se puede estar seguro de que por lo menos:

$1 - 1/(2)^2 = 75\%$  del tiempo, el número de pasajeros diarios estuvo entre 54 y 103.

**Interpretación:**

En por lo menos el 75% de los días (es decir, 75% de 50 es igual a 37 días), el número de pasajeros estuvo entre 54 y 103. Esto proporciona a la gerencia de P&P una valiosa información sobre para cuántos pasajeros deben prepararse en términos de operaciones en vuelo.

**Ejemplo 2:** Supóngase que las puntuaciones de un examen de ingreso de 150 aspirantes al programa de Administración de una universidad tuvieron un promedio de 70 puntos y una desviación estándar de 5 puntos. ¿Cuántos aspirantes tuvieron puntuaciones entre 60 y 80? ¿Cuántos entre 58 y 82?

**Solución:**

Como no conocemos “ $k$ ”, tenemos que hallarla usando la siguiente fórmula:

$$Z = (X_i - \bar{X}) / \sigma, \text{ donde:}$$

$X_i$ : es uno de los valores del intervalo

$\bar{X}$ : Es la media

$\sigma$ : es la desviación

Se puede tomar cualquiera de los dos límites del intervalo dado. En este caso usamos el límite inferior del intervalo (60,80):

$$Z = (60 - 70) / 5 = -2$$

Si usamos el límite superior:

$$Z = (80 - 70) / 5 = 2$$

Luego en la fórmula de Chebyshev, sustituimos “ $k$ ” por el valor obtenido de “ $Z$ ”:

$$1 - 1/(-2)^2 = 0,75$$

Si lo multiplicamos por 100 nos da el porcentaje: 75%.

El 75% de 150 es 112,5. Como el resultado no da exacto, podemos aproximarlo a 112 o 113 y concluir que entre 112 y 113 aspirantes obtuvieron puntuaciones entre 60 y 80 puntos.

*Con el segundo intervalo.*

$$Z = (58 - 70) / 5 = -2,4$$

Si usamos el límite superior:

$$Z = (82 - 70) / 5 = 2,4$$

Luego en la fórmula de Chebyshev, sustituimos “ $k$ ” por el valor obtenido de “ $Z$ ”:

$$1 - 1/(-2,4)^2 = 0,826$$

Si lo multiplicamos por 100 nos da el porcentaje: 82,6%.

El 82,6% de 150 es 123,9. Como el resultado no da exacto y el decimal es mayor que 5, podemos aproximarlo a 124 y concluir que entre 124 aspirantes obtuvieron puntuaciones entre 58 y 82 puntos.

**REGLA PRÁCTICA O EMPÍRICA**

Una **distribución normal** es una distribución de datos continuos (no discretos) que produce una curva simétrica en forma de campana. Si los datos están distribuidos normalmente, una gráfica de la frecuencia con la cual ocurre cada observación tomará la forma de campana. Las observaciones en

cada extremo ocurrirán relativamente de forma poco frecuente, pero las observaciones que están más cerca de la mitad ocurrirán con una frecuencia alta, por tanto se produce la curva simétrica en forma de campana. En una distribución normal, la media, la mediana y la moda son todas iguales.

Es de importancia que la mitad de las observaciones está por encima de la media y la mitad está por debajo. Esto significa que la mitad del área que está bajo la curva está a la izquierda de la media y la otra mitad del área que está debajo de la curva está a la derecha de la media.

La **regla empírica** dice que si se incluyen todas las observaciones que están a una desviación estándar de la media (una desviación estándar por encima de la media y una desviación estándar por debajo de la media) estas serán el 68.3% de todas las observaciones. Es decir, que no importa cuál es la media ni cuál es la desviación estándar, se puede estar seguro de que el 68.3% de las observaciones quedan a una desviación estándar de la media si las observaciones están distribuidas normalmente.

Podemos medir aún con más precisión el porcentaje de observaciones que caen dentro de un rango específico de una curva simétrica con forma de campana, como la mostrada en la figura 4. En estos casos, podemos decir que la regla empírica específica:

1. Aproximadamente 68% de los valores de la población cae dentro de  $\pm 1$  desviación estándar a partir de la media.
2. Aproximadamente 95% de los valores estará dentro de  $\pm 2$  desviaciones estándar a partir de la media.
3. Aproximadamente 99% de los valores estará en el intervalo que va desde 3 desviaciones estándar a la izquierda de la media hasta 3 desviaciones estándar a la derecha de la media.

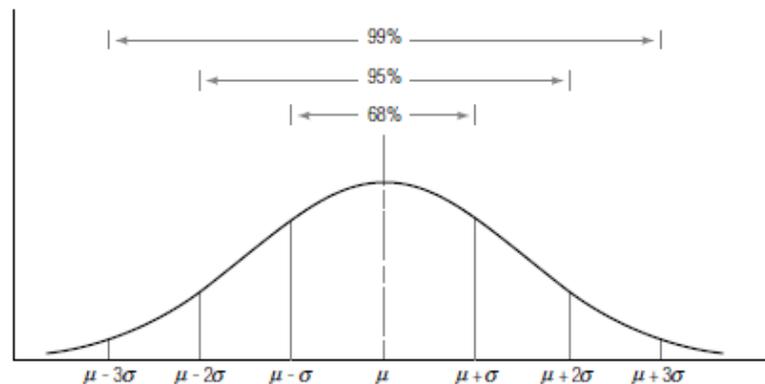


Figura 4. Distribución normal

**Nota:** en algunos textos los valores de los porcentajes son: 68,3%, 95,5% y 99,7%.

Es importante recordar que la regla empírica describe el área total bajo la curva normal que se encuentra dentro de un rango dado. Si las observaciones están altamente dispersas, la curva en forma de campana se aplanará y se esparcirá.

Intervalo	Porcentaje de valores encontrados en intervalos alrededor de la media	
	Chebyshev (para toda distribución)	Regla empírica (distribución con forma de campana)
$(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$	Al menos 0%	Aproximadamente 68%
$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$	Al menos 75%	Aproximadamente 95%
$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$	Al menos 88.89%	Aproximadamente 99.7%

Figura 5. Comparación entre la regla empírica y el teorema de Chebyshev

**Ejemplo 1.** Se asume que 1.000 esquiadores de slalom bajan una pendiente empinada en Vail. Los tiempos para todos los esquiadores parecen estar distribuidos normalmente, con una media de  $\mu = 10$  minutos y una desviación estándar de  $\sigma = 2$  minutos. Describa la distribución.

**Solución.**

Debido a que el promedio de los esquiadores se toma 10 minutos para completar el trayecto, mover una desviación estándar (es decir, 2 minutos) por encima y por debajo de esta media de 10 produce un rango de 8 a 12 minutos. Así, de acuerdo con la regla empírica, 683 (68.3% de 1,000) esquiadores se tomaron entre 8 y 12 minutos para bajar la montaña. Dos desviaciones estándar (4 minutos) por encima y por debajo de la media de 10 da un rango de 6 a 14 minutos, que representa el 95% (950 de 1.000) y Tres desviaciones estándar (6 minutos) da un rango de 4 a 16 minutos, que representa el 99% (990 de 1.000). De acuerdo con la regla empírica, 990 de los 1.000 esquiadores se tomaron entre 4 y 16 minutos para terminar el trayecto. Así, sólo 10 de los 1.000 esquiadores fueron o muy buenos esquiadores y tomaron menos de 4 minutos o eran muy malos y se tomaron más de 16 minutos. Una observación de más de tres desviaciones estándar de la media (por encima o por debajo de ésta) es raro que ocurra y se da 1 % del tiempo si los datos están distribuidos normalmente.

**Ejemplo 2.** Un conjunto de 60 observaciones tiene una media de 66,8, una varianza de 12,60 y una forma de distribución desconocida.

- a) ¿Entre qué valores deberán caer al menos 75% de las observaciones, de acuerdo con el teorema de Chebyshev?
- b) Si la distribución es simétrica y con forma de campana, aproximadamente cuántas observaciones deberán encontrarse en el intervalo 59,7-73,9?

**Solución:**

Como no se conoce la desviación estándar, se calcula usando la varianza:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma = \sqrt{12,6} = 3,55$$

a ) El 75% de las observaciones deberá caer entre  $\bar{X} - 2\sigma$  y  $\bar{X} + 2\sigma$ :

66,8 – 2(3,55) y 66,8 + 2(3,55), eso daría 59,7 y 73,9.

Se multiplico la desviación por 2, porque el teorema dice que es a partir de 2 desviaciones que se toman en cuenta cuando no se conoce la distribución. La cual representa un 75%.

b ) Como este intervalo corresponde al segundo de la regla práctica, ya que al multiplicar la desviación estándar por 2 y después restarla y sumarla nos daría como límite inferior 59,7 y como límite superior 73,9. Por lo tanto el 95% de las observaciones se encuentra entre 59,7 y 73,9.

# TABLAS DE CONTINGENCIA



## 1. TABLAS DE CONTINGENCIA $\chi^2$

$\chi^2$  se pronuncia chi-cuadrado ó ji-cuadrado.

Un método útil para clasificar los datos obtenidos en un recuento es mediante las tablas de contingencia, tablas en cuyas celdas figuran probabilidades, y en la cual podemos determinar unas probabilidades conociendo otras de la tabla.

Cuando tenemos la información de 2 variables de tipo cualitativo o de una variable cualitativa y otra cuantitativa, se dispone de una tabla de contingencia. Nos limitaremos al caso de 2 variables. Es una tabla de doble entrada en la que en las filas se ubican las modalidades de una de las variables (atributos ) y en las columnas las del otro; en las celdas resultantes del cruce de las filas y las columnas se incluye el número de elementos de la distribución que presentan ambas modalidades. Las **tablas de contingencia** se emplean para registrar y analizar la relación entre dos o más variables, habitualmente de naturaleza cualitativa (nominales u ordinales).

La distribución ji\_cuadrada nos permite probar, si dos o más proporciones de población pueden ser consideradas iguales.

Si clasificamos a una población en diferentes categorías con respecto a dos atributos (edad, y desempeño en el trabajo), podemos utilizar una prueba ji\_cuadrada, para comprobar si los dos atributos son independientes entre sí. la distribución Ji cuadrada, se denota por la letra griega  $\chi^2$ , elevada al cuadrado:  $\chi^2$ .

A medida que aumentan los grados de libertad la curva se va haciendo más simétrica y su cola derecha se va extendiendo.

### PRECAUCIONES QUE SE DEBEN TOMAR CUANDO SE USE UNA PRUEBA JI\_CUADRADA

Para utilizar una prueba de hipótesis ji\_cuadrada, debemos tener un tamaño de muestra lo suficientemente grande para garantizar la similitud entre la distribución teórica correcta y nuestra distribución de muestreo de  $\chi^2$ , estadística ji\_cuadrada. Cuando las frecuencias esperadas son muy pequeñas el valor de  $\chi^2$  estará sobrestimado y se tendrá como resultado demasiados rechazos de la

hipótesis nula, para evitar incurrir en inferencias incorrectas de la prueba de hipótesis ji\_cuadrada. Siga la regla general que dice que una frecuencia esperada de menos de cinco en una celda de una tabla de contingencia es demasiado pequeña para utilizarse.

Si el valor de ji\_cuadrada hubiera sido cero, hubiésemos tenido que ser cuidadosos al preguntar si absolutamente no existen diferencias entre las frecuencias observadas y las esperadas. Si tenemos fuertes creencias de que debería existir alguna diferencia tendríamos que examinar tanto la forma en que recabamos datos o la manera como iniciamos las mediciones o ambas cosas para tener la certeza de que las diferencias existentes no fueron minimizadas o pasadas por alto al recolectar los datos de muestra.

### **PROPIEDADES DE LAS DISTRIBUCIONES JI\_CUADRADAS**

- 1.-Los valores de  $\chi^2$  son mayores o iguales que 0
- 2.-El área bajo una curva ji\_cuadrada y sobre el eje horizontal es 1.
- 3.-Las distribuciones  $\chi^2$  no son simétricas, tienen colas estrechas que se extienden a la derecha; están sesgadas a la derecha.
- 4.-La media de la distribución son sus grados de libertad.

La tabla ji- cuadrada ( $\chi^2$ ) se utiliza principalmente:

- Para probar si una serie de datos observada, concuerda con el modelo (serie esperada) de la información.
- Para probar las diferencias entre las proporciones de varios grupos (tabla de contingencia).

Para todos los casos,

H<sub>0</sub>: No hay diferencia o no hay dependencia entre variables

H<sub>1</sub>: Hay diferencia o si hay dependencia entre variables

### **INDEPENDENCIA ENTRE VARIABLES**

Cuando no se da ningún tipo de relación entre 2 variables o atributos, diremos que son independientes. Dos variables X e Y, son independientes entre si, cuando una de ellas no influye en la distribución de la otra condicionada por el valor que adopte la primera. Por el contrario existirá dependencia cuando los valores de una distribución condicionan a los de la otra.

### **NIVEL DE SIGNIFICANCIA**

Cuando se plantea aplicar una prueba estadística, debe definirse previamente un nivel de significación o nivel alfa. Esto significa que arbitrariamente se decide con qué probabilidad de error se rechazará la hipótesis nula. El valor más usado es el de 0,05 y casi todos los que trabajan en investigación, saben que si el valor cae bajo 0,05 la asociación o diferencia encontrada "es significativa". El nivel alfa define una región de rechazo en la curva de distribución de probabilidades para el problema en estudio. Se fundamenta en que es improbable que se obtenga un valor en esa región y, por lo tanto, permite el rechazo de la hipótesis nula.

El valor 0,05 quiere decir que se ha decidido previamente que se rechazará la hipótesis nula cuando el valor de probabilidad asociado a la estadística respectiva sea inferior a 0,05. En términos prácticos esto quiere decir que si repetimos 100 veces el mismo experimento, se rechazará la hipótesis nula en

forma errónea 5 veces. Las pruebas de significación estadística que acompañan el análisis basan su examen en comparar los resultados observados con los esperados (bajo el supuesto de que no hay asociación). Cuanto mayor sea la diferencia entre la distribución observada y la esperada, menos razonable es suponer que la distribución observada sea solo producto del azar.

### PASOS PARA REALIZAR LA TABLA DE CONTINGENCIAS $\chi^2$

- 1) Plantear las hipótesis:

$H_0$ :  $p_1 = p_2 = p \dots = p_k$  o no hay dependencia entre las variables, es decir, son independientes una de la otra.

$H_1$ : al menos dos proporciones son diferentes o hay dependencia entre las variables, es decir, una variable depende de otra.

- 2) Construir una tabla que contenga los valores observados.
- 3) Sumar los totales de los renglones y columnas de los valores observados. (La suma de los renglones (filas) y columnas se les llama Valores marginales, porque están al margen de la tabla).
- 4) Debajo de cada valor observado poner el valor esperado utilizando la fórmula:

$$E_{ij} = \frac{(\text{total de } i - \text{ésimo renglón} \times \text{total de } j - \text{ésima columna})}{n}$$

- 5) Calcular el valor del estadístico de prueba  $\chi^2$  usando la fórmula:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

dónde:

$O_{ij}$  = Valor observado de la celda  $i,j$ .

$E_{ij}$  = Valor esperado de la celda  $i,j$

- 6) Determinar los grados de libertad mediante:

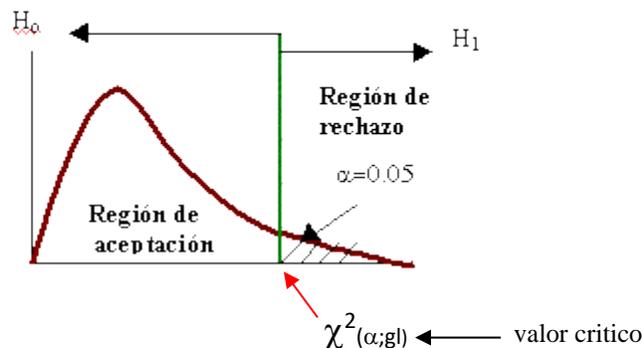
$$gl = (r - 1)(c - 1)$$

Dónde:

$r$  = número de renglones o filas

$c$  = número de columnas

- 7) Calcular el valor crítico en la tabla  $\chi^2$ , usando los grados de libertad y el nivel de significancia  $\alpha$  (él  $\alpha$  se puede dar en forma porcentual o no porcentual, ejemplo: 5% o 0,05).
- 8) Criterio de decisión: si el valor del estadístico de prueba  $>$  valor crítico rechazamos  $H_0$



**Ejemplo:** Al final de un semestre, las calificaciones de matemáticas fueron tabuladas en la siguiente tabla de contingencia de 3×2 para estudiar la relación entre la asistencia a clase y la calificación obtenida.

Ausencias	Aprobado	No aprobado
0 - 3	135	110
4 - 6	36	4
7 - 45	9	6

VALORES OBSERVADOS

Con  $\alpha = 0.05$

$H_0$ : la tasa de aprobación no depende de la asistencia

$H_1$ : la tasa de aprobación depende de la asistencia

**Se calcula el total en cada fila y columna.**

Número de ausencias	Aprobado	No aprobado	Total
0-3	135	110	245
4-6	36	4	40
7-45	9	6	15
Total	180	120	300

Filas o renglones

Columnas

Las variables que se van a estudiar son: las inasistencias o número de ausencias y la tasa de aprobación (aprobados y no aprobados).

Los valores  $O_{ij} = 135, 110, 36, 4, 9$  y  $6$  corresponden a los valores observados, los valores esperados se colocan en las celdas con paréntesis, para calcular los utilizamos la fórmula:

$$E_{ij} = \frac{(\text{total de } i - \text{ésimo renglón} \times \text{total de } j - \text{ésima columna})}{n} \quad \text{donde } n = 300$$

Número de ausencias	Aprobado	No aprobado	Total
0-3	135	110	245
	(147)	(98)	
4-6	36	4	40
	(24)	(16)	
7-45	9	6	15
	(9)	(6)	
Total	180	120	300

**Cálculo del valor esperado:**

Valor esperado para la fila 1 y columna 1:

$$E_{11} = (180 \cdot 245) / 300 = 147$$

Valor esperado para la fila 1 y columna 2:

$$E_{12} = (245 \cdot 120) / 300 = 98$$

Valor esperado para la fila 2 y columna 1:

$$E_{21} = (40 \cdot 180) / 300 = 24$$

Valor esperado para la fila 2 y columna 2:

$$E_{22} = (40 \cdot 120) / 300 = 16$$

Valor esperado para la fila 3 y columna 1:

$$E_{31} = (180 \cdot 15) / 300 = 9$$

Valor esperado para la fila 3 y columna 2:

$$E_{32} = (15 \cdot 120) / 300 = 6$$

Calculamos el valor del estadístico de prueba  $\chi^2$  usando la fórmula:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

La tabla siguiente nos ayuda a organizar los cálculos para el estadístico.

Celda	O <sub>ij</sub>	E <sub>ij</sub>	(O <sub>ij</sub> -E <sub>ij</sub> ) <sup>2</sup>	(O <sub>ij</sub> -E <sub>ij</sub> ) <sup>2</sup> /E <sub>ij</sub>
(1,1)	135	147	144	0.98
(1,2)	110	98	144	1.47
(2,1)	36	24	144	6.00
(2,2)	4	16	144	9.00
(3,1)	9	9	0	0.00
(3,2)	6	6	0	0.00
				17.45

**Tabla.** Cálculos para el estadístico Chi cuadrada

Un ejemplo de cómo se obtuvieron los valores de la última columna de la tabla anterior:

$$\chi^2 = (135 - 147)^2 / 147 + (110 - 98)^2 / 98 + (36 - 24)^2 / 24 + (4 - 16)^2 / 16 + (9 - 9)^2 / 9 + (6 - 6)^2 / 6$$

$$\chi^2 = 144 / 147 + 144 / 98 + 144 / 24 + 144 / 16 + 0 + 0$$

$$\chi^2 = 0,98 + 1,47 + 6 + 9 + 0 + 0 = \mathbf{17,45}$$

Para determinar el valor crítico del estadístico de prueba procedemos de la siguiente manera:

Determinar los grados de libertad usando la fórmula:  $gl = (r - 1)(c - 1)$ , donde "r" es el número de filas y "c" el número de columnas:

**Calculo de los grados de libertad:**

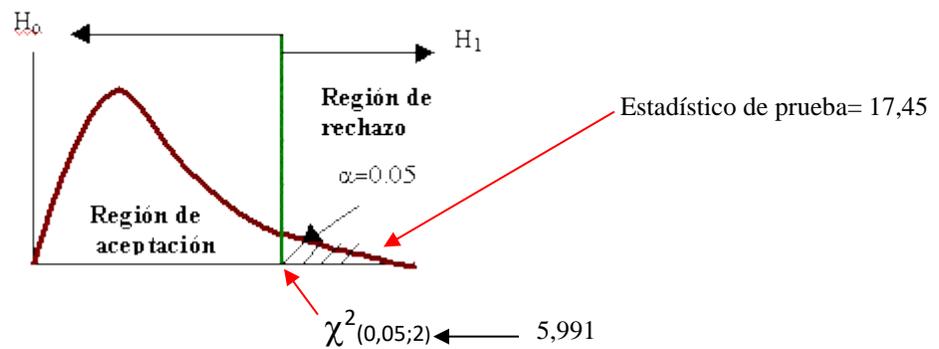
$$gl = (3-1)(2-1) = 2$$

El valor crítico del estadístico ji-cuadrada para  $\alpha = 0.05$  y g.l. = 2 se denota  $\chi^2_{0.05}(2)$  o  $\chi^2_{(0,05;2)}$ . En la tabla ji- cuadrada encontramos que vale **5,991**, el valor del estadístico de prueba es  $\chi^2 = \mathbf{17,45}$ .

Alfa ( $\alpha$ ) = 0,05

Grados de libertad = 2

g.d.l	0,001	0,005	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10
1	10,828	7,879	6,635	5,412	5,024	4,709	4,218	3,841	2,706
2	13,816	10,597	9,210	7,824	7,378	7,013	6,438	5,991	4,605
3	16,266	12,838	11,345	9,837	9,348	8,947	8,311	7,815	6,251
4	18,467	14,860	13,277	11,668	11,143	10,712	10,026	9,488	7,779
5	20,515	16,750	15,086	13,388	12,833	12,375	11,644	11,070	9,236
6	22,458	18,548	16,812	15,033	14,449	13,968	13,198	12,592	10,645
7	24,322	20,278	18,475	16,622	16,013	15,509	14,703	14,067	12,017
8	26,124	21,955	20,090	18,168	17,535	17,010	16,171	15,507	13,362
9	27,877	23,589	21,666	19,679	19,023	18,480	17,608	16,919	14,684
10	29,588	25,188	23,209	21,161	20,483	19,922	19,021	18,307	15,987



**Conclusión:** Como este estadístico está localizado en la región de rechazo (a la derecha del valor crítico), rechazamos  $H_0$  por lo cual aceptamos la hipótesis alternativa  $H_1$ . *La tasa de aprobación si depende de las asistencias.*

**Ejercicio 1.** Los datos de 3 proveedores en relación a partes defectuosas es como sigue:  
 Probar a un 5% y 10% de significancia si los defectos dependen del tipo de proveedor.

Proveedor	Buenos	Con Defectos menores	Con defectos graves
A	90	3	7
B	170	18	7
C	135	6	9

Compare resultado del estadístico de prueba con el siguiente y has tu conclusión para los dos niveles de significancia ( $\alpha$ ):

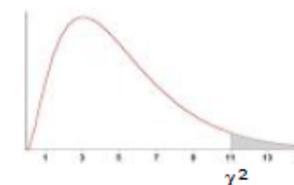
Estadístico de prueba = 7,712

**Ejercicio 2.** Un estudio que se realizó con 81 personas referente a la relación entre la cantidad de violencia vista en la televisión y la edad del televidente produjo los siguientes resultados.

Edades	Edades		
	16 - 34	35 - 55	Mayor a 55
Genero			
Poca violencia	8	12	21
Mucha violencia	18	15	7

¿Indican los datos que ver violencia en la televisión depende de la edad del televidente, a un nivel de significación del 5%?

Tabla D.7: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN JI CUADRADA



	0,001	0,005	0,01	0,02	0,025	0,03	0,04	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	
<b>g.d.l</b>																<b>g.d.l</b>
1	10,828	7,879	6,635	5,412	5,024	4,709	4,218	3,841	2,706	2,072	1,642	1,323	1,074	0,873	0,708	1
2	13,816	10,597	9,210	7,824	7,378	7,013	6,438	5,991	4,605	3,794	3,219	2,773	2,408	2,100	1,833	2
3	16,266	12,838	11,345	9,837	9,348	8,947	8,311	7,815	6,251	5,317	4,642	4,108	3,665	3,283	2,946	3
4	18,467	14,860	13,277	11,668	11,143	10,712	10,026	9,488	7,779	6,745	5,989	5,385	4,878	4,438	4,045	4
5	20,515	16,750	15,086	13,388	12,833	12,375	11,644	11,070	9,236	8,115	7,289	6,626	6,064	5,573	5,132	5
6	22,458	18,548	16,812	15,033	14,449	13,968	13,198	12,592	10,645	9,446	8,558	7,841	7,231	6,695	6,211	6
7	24,322	20,278	18,475	16,622	16,013	15,509	14,703	14,067	12,017	10,748	9,803	9,037	8,383	7,806	7,283	7
8	26,124	21,955	20,090	18,168	17,535	17,010	16,171	15,507	13,362	12,027	11,030	10,219	9,524	8,909	8,351	8
9	27,877	23,589	21,666	19,679	19,023	18,480	17,608	16,919	14,684	13,288	12,242	11,389	10,656	10,006	9,414	9
10	29,588	25,188	23,209	21,161	20,483	19,922	19,021	18,307	15,987	14,534	13,442	12,549	11,781	11,097	10,473	10
11	31,264	26,757	24,725	22,618	21,920	21,342	20,412	19,675	17,275	15,767	14,631	13,701	12,899	12,184	11,530	11
12	32,909	28,300	26,217	24,054	23,337	22,742	21,785	21,026	18,549	16,989	15,812	14,845	14,011	13,266	12,584	12
13	34,528	29,819	27,688	25,472	24,736	24,125	23,142	22,362	19,812	18,202	16,985	15,984	15,119	14,345	13,636	13
14	36,123	31,319	29,141	26,873	26,119	25,493	24,485	23,685	21,064	19,406	18,151	17,117	16,222	15,421	14,685	14
15	37,697	32,801	30,578	28,259	27,488	26,848	25,816	24,996	22,307	20,603	19,311	18,245	17,322	16,494	15,733	15
16	39,252	34,267	32,000	29,633	28,845	28,191	27,136	26,296	23,542	21,793	20,465	19,369	18,418	17,565	16,780	16
17	40,790	35,718	33,409	30,995	30,191	29,523	28,445	27,587	24,769	22,977	21,615	20,489	19,511	18,633	17,824	17
18	42,312	37,156	34,805	32,346	31,526	30,845	29,745	28,869	25,989	24,155	22,760	21,605	20,601	19,699	18,868	18
19	43,820	38,582	36,191	33,687	32,852	32,158	31,037	30,144	27,204	25,329	23,900	22,718	21,689	20,764	19,910	19
20	45,315	39,997	37,566	35,020	34,170	33,462	32,321	31,410	28,412	26,498	25,038	23,828	22,775	21,826	20,951	20
21	46,797	41,401	38,932	36,343	35,479	34,759	33,597	32,671	29,615	27,662	26,171	24,935	23,858	22,888	21,991	21
22	48,268	42,796	40,289	37,659	36,781	36,049	34,867	33,924	30,813	28,822	27,301	26,039	24,939	23,947	23,031	22
23	49,728	44,181	41,638	38,968	38,076	37,332	36,131	35,172	32,007	29,979	28,429	27,141	26,018	25,006	24,069	23
24	51,179	45,559	42,980	40,270	39,364	38,609	37,389	36,415	33,196	31,132	29,553	28,241	27,096	26,063	25,106	24
25	52,620	46,928	44,314	41,566	40,646	39,880	38,642	37,652	34,382	32,282	30,675	29,339	28,172	27,118	26,143	25
26	54,052	48,290	45,642	42,856	41,923	41,146	39,889	38,885	35,563	33,429	31,795	30,435	29,246	28,173	27,179	26
27	55,476	49,645	46,963	44,140	43,195	42,407	41,132	40,113	36,741	34,574	32,912	31,528	30,319	29,227	28,214	27
28	56,892	50,993	48,278	45,419	44,461	43,662	42,370	41,337	37,916	35,715	34,027	32,620	31,391	30,279	29,249	28
29	58,301	52,336	49,588	46,693	45,722	44,913	43,604	42,557	39,087	36,854	35,139	33,711	32,461	31,331	30,283	29
30	59,703	53,672	50,892	47,962	46,979	46,160	44,834	43,773	40,256	37,990	36,250	34,800	33,530	32,382	31,316	30
31	61,098	55,003	52,191	49,226	48,232	47,402	46,059	44,985	41,422	39,124	37,359	35,887	34,598	33,431	32,349	31
32	62,487	56,328	53,486	50,487	49,480	48,641	47,282	46,194	42,585	40,256	38,466	36,973	35,665	34,480	33,381	32
33	63,870	57,648	54,776	51,743	50,725	49,876	48,500	47,400	43,745	41,386	39,572	38,058	36,731	35,529	34,413	33
34	65,247	58,964	56,061	52,995	51,966	51,107	49,716	48,602	44,903	42,514	40,676	39,141	37,795	36,576	35,444	34
35	66,619	60,275	57,342	54,244	53,203	52,335	50,928	49,802	46,059	43,640	41,778	40,223	38,859	37,623	36,475	35
40	73,402	66,766	63,691	60,436	59,342	58,428	56,946	55,758	51,805	49,244	47,269	45,616	44,165	42,848	41,622	40
60	99,607	91,952	88,379	84,580	83,298	82,225	80,482	79,082	74,397	71,341	68,972	66,981	65,227	63,628	62,135	60
80	124,839	116,321	112,329	108,069	106,629	105,422	103,459	101,879	96,578	93,106	90,405	88,130	86,120	84,284	82,566	80
90	137,208	128,299	124,116	119,648	118,136	116,869	114,806	113,145	107,565	103,904	101,054	98,650	96,524	94,581	92,761	90
100	149,449	140,169	135,807	131,142	129,561	128,237	126,079	124,342	118,498	114,659	111,667	109,141	106,906	104,862	102,946	100
120	173,617	163,648	158,950	153,918	152,211	150,780	148,447	146,567	140,233	136,062	132,806	130,055	127,616	125,383	123,289	120
140	197,451	186,847	181,840	176,471	174,648	173,118	170,624	168,613	161,827	157,352	153,854	150,894	148,269	145,863	143,604	140